Skriftlig matematik - Facitliste

FACIT SIDE 158

OPGAVE 1

På første side er der en opgave, som lægger op til at eleverne repeterer deres forståelse af signalordene vis, undersøg, forklar, begrund, beregn, hvor mange, hvor stor og tegn.

A Elevernes egne svar.

- **Vis** lægger op til, at eleverne fx kan tegne, beregne med et regneudtryk, vise ved at sætte ind i en formel, at en beregning passer osv. Der er med andre ord ikke en bestemt måde, det ønskede skal vises på. Hvis der fx står vis med beregning, skal der være en beregning. Men hvis der står vis med tegning eller beregning, kan eleverne selv vælge, hvordan de vil vise det, der skal vises.
- **Undersøg** bruges ofte, når eleverne ikke forventes at have en bestemt metode. Undersøg signalerer, at eleverne selv skal finde en god måde at løse problemet på ved at bruge den matematik, de kender. Ved undersøg, skal eleverne huske at vise, hvordan de har undersøgt, fx ved at vise delresultater, tegninger, skitser eller lignende, så den, der læser opgaven, efterfølgende kan følge problemløsningsstrategien og processen fra start til slut.
- **Forklar** kræver, at elevernes svar skal rumme en forklaring. Tal evt. med eleverne om, at en forklaring i en matematikopgave kalder på, at man bruger matematik til at forklare med. Det kan for nogle elever være nærliggende at bruge egne erfaringer, ”synsninger” eller lign., når de skal forklare, og dermed glemmer de at lave en matematisk forklaring. En forklaring i denne forbindelse kan måske mest sidestilles med en form for ræsonnement. Hvis eleverne fx skal forklare noget om søvnvaner, og de har statistiske data til rådighed, skal de bruge disse data i deres forklaring, og ikke egne erfaringer om, hvordan søvnvanerne er for de teenagere, de selv kender.
- **Begrund** kræver en begrundelse, fx i form af en beregning, en forklaring på baggrund af noget matematik eller lign., hvor eleverne skal argumentere for noget, de får givet. Det kan fx være, om noget er rigtigt eller forkert eller sandt eller falsk osv.
- **Beregn** bruges, når der skal skrives et regneudtryk - det kan være et enkelt regneudtryk eller en sammensat beregning med flere regneudtryk, som leder frem mod en konklusion. Tal med eleverne om, at det her særligt handler om at vise, at man kan regne sig frem til resultatet, og at regneudtrykket her er facit. I opgaver

med beregn eller vis med beregning, er det derfor ikke altid nødvendigt med en lang konklusion.

- **Hvor mange** og **hvor stor** efterspørger et antal eller en størrelse - men løsningsvejen er åben for eleverne. Der er således ikke krav om en beregning, men eleverne bør alligevel overveje, hvordan de kan gøre løsningsstrategien synlig for den, som skal læse opgaven.
- **Tegn** bruges, når der skal laves en tegning. Tal med eleverne om, at det derfor ikke kan gå an at aflevere en besvarelse uden en tegning. Det kan være, at der står; Du skal bruge en tegning til at begrunde dit svar. Da er en tegning en nødvendig del af svaret. Evt. sammen med en konklusion alt efter opgavens karakter.

B Elevernes egne svar

C Elevernes egne svar

FACIT SIDE 159

1. SKIFERIE MED UNGDOMSSKOLEN

1.1 Pris for skiferie, skileje og forsikring: $3400 + 643 + 352 = 4395$
Noah skal i alt betale 4.395 kr.

1.2 Beregning, der viser, at Noah skal betale ca. 1225 kr. til skiferien.
$(3400 + 643 + 352 + 500) \cdot 0.25 = 1223{,}75$

1.3 Antal timer, Noah skal arbejde for at få udbetalt 1225 kr.
$(66{,}16 \cdot x) \cdot 0{,}92 = 1225$
$x = 20{,}12578$
Noah skal arbejde ca. 21 timer for at få udbetalt 1225 kr.

1.4 Undersøg, om Noah kan nå at køre på alle pister.

Der er flere måder at angribe opgaven, som er modellerende på. Eleverne kan vælge at antage forskellige ting, fx pausetid og gennemsnitsfart. Der er nogle grænser, de fx skal antage gennemsnitsfart ud fra, dvs farten bør ligge i intervallet [15;30], og pausetiden bør ligge i nærheden af 25 % af den samlede tid. Men det kan godt være over eller under.

Der er i alt $(100 + 189) = 289$ km pister.

Der er $6 \cdot 0{,}75 = 4{,}5$ timers skikørsel hver dag fratrukket pause og lifttid.

Hvis Noah kører 30 km/t, kan han køre: $30 \cdot 4{,}5 \cdot 5 = 675$ km pister.

Hvis Noah kører 15 km/t, kan han køre: $15 \cdot 4{,}5 \cdot 5 = 337{,}5$ km pister.

Dvs., at Noah burde kunne nå at køre på alle de røde og de blå pister, også selvom han holder lidt længere pause, eller bruger lidt mere tid på kø til lifterne.

Eleverne kan generelt svare på mange måder her. De kan fx også antage en gennemsnitsfart mellem 15 og 30 km/t og regne ud fra denne.

OPGAVER UDEN HJÆLPEMIDLER

1 Ski og skistøvler: $1099\ kr. + 2499\ kr. = 3598\ kr.$

2 Prisforskel på den sorte og den grønne hjelm: $749\ kr. - 499\ kr. = 250\ kr.$

3 Pris for ski med rabat: $2499\ kr. \cdot 0{,}1 = 249{,}9\ kr.$

4 Antal kilometer, Noah løber på 15 minutter: $\frac{12}{4} = 3$ km.

5 Antal minutter, Noah er om at løbe 30 km: $\frac{30}{12} = 2{,}5$ timer = 150 minutter.

FACIT SIDE 160

2. FREYAS HÆNGELÅS

2.1 Alle mulige koder når første hjul er 3 og andet hjul er 4 er:
340, 341, 342, 343, 344, 345, 346, 347, 348, 349

2.2 Antallet af mulige koder er:
Der er 10 positioner på hvert hjul.
$10 \cdot 10 \cdot 10 = 1000$

2.3 Tiden det vil tage Freya at finde frem til sin kode, hvis den er 594:
$594 \cdot 2 : 60 = 19{,}7$ minutter. (19 minutter og 44 sekunder)

2.4 Kan Freya nå at afprøve alle kombinationer på en time?
$1000 \cdot 2 : 60 = 33{,}33$ minutter (33 minutter og 20 sekunder)
Det kan Freya godt nå - også selvom hun bruger mere tid end 2 sekunder pr. kombination. Hun kan bruge 3,6 sekunder pr. kombination. ($60 \cdot 60 : 1000$)

2.5 Her er flere løsninger, men $t = x \cdot n$, hvor $x > 2$ bør gælde. Fx $t = 4 \cdot n$.

OPGAVER UDEN HJÆLPEMIDLER

1 $5 \cdot 4 = 20$ forskellige tocifrede tal.
2 $\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10} = 0{,}3$
3 5250
4 7.420.000
5 6
6 –6
7 0,9
8 $\frac{5}{8}$
9 0,1
10 0,5

FACIT SIDE 161

3. UDSALGSSPILLET

3.1 Den billigste pris, Asta kan få bukserne til er:
$0{,}4 \cdot 599 = 239{,}6$, altså 239,60 kr.

3.2 Der er brugt regnearket til at beregne, hvad hver vare er solgt for.

Pris på varer	Rabat	
299	10%	269,1
179	20%	143,2
599	30%	419,3
249	50%	124,5
379	40%	227,4
189	10%	170,1
477	60%	190,8
659	20%	527,2
398	30%	278,6
499	40%	299,4
389	10%	350,1
549	10%	494,1
279	50%	139,5
89	60%	35,6
399	30%	279,3
249	20%	199,2
699	10%	629,1
598	30%	418,6
479	20%	383,2
7657	29%	5578,3

Butikken har solgt for 5.578,30 kr.

3.3 Har butiksindehaveren samlet set et tab på varerne?
I kolonnen pris på varer har jeg beregnet, hvad varerne skulle være solgt for, det er 7657 kr. Dvs. at der er solgt for $\frac{5578{,}3}{7657} = 0{,}729$ altså 72,9 % af varernes oprindelige pris. Det er langt over 50 %, så der har ikke været et tab.
Den gennemsnitlige rabat er også beregnet som middelværdien af rabatterne.
Den er på 29 %, altså heller ikke over 50 %.

3.4 Undersøg vha. simulering, hvad der bedst kan betale sig:
Der er undersøgt - herunder er data fra 4 simuleringer:

simulering nr.	1	2	3	4
fordel	472	439	443	472
ulempe	449	474	451	440
lige	79	89	106	88

Det er en fordel hver anden gang og en ulempe hver anden gang ca. Og sådan fortsætter det. Det er derfor lige meget, hvilken strategi Asta vælger.

OPGAVER UDEN HJÆLPEMIDLER

1 $\frac{4}{6}$

2 $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

3 d.

FACIT SIDE 162

4. KALKFRIT VAND

4.1 Beregning, som viser, at anskaffelsesudgifter er ca. 16.000 kr.

$11990 + 3000 + 115 \cdot 6 + 300 = 15980$

Det passer meget godt med, at det er ca. 16.000 kr.

4.2 Rumfang af beholderen, som er et trapezformet prisme

$\frac{1}{2} \cdot 27 \cdot (37 + 42) \cdot 24 = 25596$ Rumfanget er 25,6 L.

4.3 Forklaring på Olivias model:

Her er mange løsninger, men elevernes forklaring bør indeholde nogle af flg. elementer:

$\frac{115}{2} \cdot x$ beskriver saltforbruget. En pakke salt rækker til 2 måneder, derfor deles med to. *x* er antal måneder i modellen.

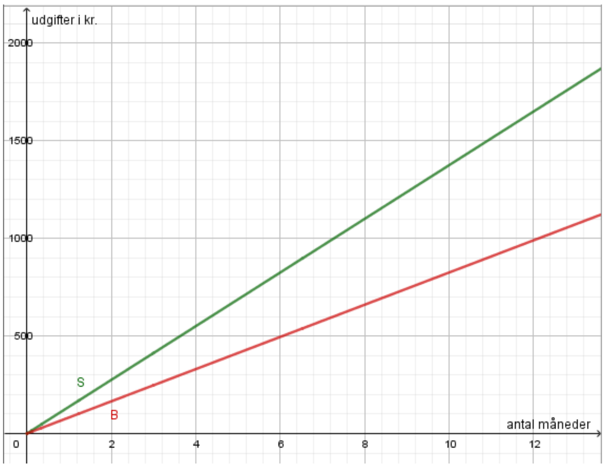
$\frac{300}{12} \cdot x$ beskriver udgifter til elektricitet. Anlægget koster 300 kr. om året i elektricitet, der deles med 12, fordi der er 12 måneder, og *x* er antal måneder i modellen.

4.4 Undersøgelse af, om besparelse på sæbeforbrug overstiger driftsomkostninger.

Eleverne kan angribe opgaven forskelligt og argumentere forskelligt.

Tegnes de to funktioner i et koordinatsystem, kan man se, at halv sæbeudgifter ligger over udgifter til drift. Familien kan således hente alle driftsomkostninger ind i halveret sæbeforbrug.

Eleverne kunne fx også beregne udgifter for et år for sæbeforbrug og for driftsomkostninger - og sammenligne.



B(12) = 990 og S(12) = 1650. Forskellen er 660 kr. Familien har tilmed sparet 660 kr. i forhold til, deres normale udgifter til sæbe.

OPGAVER UDEN HJÆLPEMIDLER

1 Kuglens diameter: 10.

2 Kuglens rumfang: Ved brug af 3 som tilnærmet værdi for π fås 500.

Ved brug af π fås: 523,60.

3 Kuglens overfladeareal: Ved brug af 3 som tilnærmet værdi for π fås 300.

Ved brug af π fås: 314,16 (100π).

FACIT SIDE 163

5. FRITIDSJOB BLANDT UNGE

5.1 Gennemsnitligt antal timers fritidsjob pr. uge for eleverne i 9. A

Findes med middelværdi i regneark: 1,76

Eleverne i 9. A arbejder i gennemsnit 1,76 timer om ugen.

5.2 Procentdel i hver af klasserne, der arbejder:

I regneark, kan man bruge TÆL.HVIS(OMRÅDE;”>0”), og optælle at der er hhv. 13, 10 og 15, elever, der arbejder i 9. A, 9. B og 9. C. Eleverne kan også bare lave en manuel optælling.

Klasse	**9. A**	**9. B**	**9. C**
Procentdel, der arbejder	52 %	40 %	60 %

5.3 Eleverne kan svare forskelligt her, men deres begrundelser bør indeholde elementer af følgende:

x-aksen og y-aksen skærer hinanden i (0,1980) i det ene diagram, og i (52 %,1980) i det andet diagram.

Inddelingen på y-aksen er 10 % i det ene diagram, og 2 % i det andet diagram.

Grundet skæring mellem x- og y-akse og forskellig inddeling kommer Lucas’ diagram til at se ud som om, der er et meget stort fald.

5.4 Undersøgelse af, om beskæftigelsesprocenten samlet set i de tre 9. klasser ligger over eller under landsgennemsnittet på 53 %.

$$\frac{52\ \% + 40\ \% + 60\ \%}{3} \approx 0{,}5066667$$

Dvs. gennemsnittet i de tre klasser er ca. 51 % - de ligger altså under landsgennemsnittet samlet set.

OPGAVER UDEN HJÆLPEMIDLER

1 Udsagn, der er sande:

c Mindsteværdien er ens i de to klasser og

e I begge klasser arbejder 25 % af eleverne 1 time om ugen eller mindre.

FACIT SIDE 164

6. NY HÆK

Tal evt. med eleverne om, at en undersøgende opgave som denne ikke kræver, at de bruger en bestemt metode, men at de selv skal finde frem til en måde at løse opgaven på, ved hjælp af den matematik, de kender. Tal også med eleverne om, at når de arbejder undersøgende, kan det være en god idé at have en form for systematik i måden, man undersøger på.

6.1 Eleverne kan beregne forskellige elementer i denne undersøgelse, men et korrekt facit bør have flg. elementer:

- Beregning af jord, som skal graves væk:

$(2{,}5 \cdot \pi + 5 + 5) \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}4 = 1{,}428$ m^3.

- Beregning af mængde hækjord, der skal i:

1,428 m^3 = 1428 L, dvs. der skal købes 2x900 L jord, pris $1299 \cdot 2 = 2598$ kr.

- Areal af jord, som skal gødes og gødning:

$(2{,}5 \cdot \pi + 5 + 5) \cdot 0{,}2 = 3{,}57$ m^2, dvs. der skal bruges ca. 0,1 kg gødning.
Det er nok at købe én spand, pris: 89,95 kr.

- Beregning på antal hækplanter og længde på hæk:

$(2{,}5 \cdot \pi + 5 + 5) = 17{,}85$ m
Liguster: 4-5 planter pr. meter, dvs. 72-90 planter, pris 932,4 til 1165,5 kr.
Bøgehæk 5-6 planter pr. meter, dvs. 90-107 planter, pris 805,5 til 957,64 kr.

- Samlet beregning alt efter, hvilken hækplante de vælger.

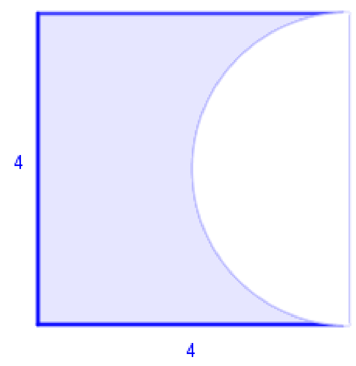
OPGAVER UDEN HJÆLPEMIDLER

1 d = 21
2 20°
3 48

FACIT SIDE 165

7. ET BESKÅRET KVADRAT

7.1 Tegning af beskåret kvadrat med sidelængde 4.



Hvis eleverne benytter et geometriprogram til tegningen, bør de som minimum vise sidelængde, fx ved at få programmet til at angive længden, måle den, have baggrundsgitter på eller lign. så det fremgår tydeligt, at sidelængden er 4.

Eleverne kan tegne en halvcirkel - og evt. arbejde med layout, fx gøre hvid, lægge forrest eller lign. Men dette er ikke det primære for præsentationen af svaret.
Det er centralt, at eleverne har en tegning med i deres svar.

7.2 Omkredsen af et beskåret kvadrat med sidelængde 4.
$3 \cdot 4 + 2 \cdot \pi \approx 18{,}28319$
Omkredsen er ca. 18,3

7.3 Arealet af et beskåret kvadrat med sidelængde 4.
$4 \cdot 4 - \pi \cdot \frac{2^2}{2} \approx 9{,}716815$
Arealet er ca. 9,7

7.4 Omkredsen af et beskåret kvadrat med sidelængde *a.*
$O = 3 \cdot a + a \cdot \frac{\pi}{2}$

7.5 Arealet af et beskåret kvadrat med sidelængde *a*
$A = a^2 - \pi \cdot \frac{\left(\frac{a}{2}\right)^2}{2}$

7.6 Bevis, at Asta har ret i sin påstand.
π sættes til 3 i min formel for areal
$A = a^2 - 3 \cdot \frac{\left(\frac{a}{2}\right)^2}{2} = \frac{5}{8} \cdot \ a^2$
Dermed er det bevist, at Asta har ret i sin påstand.

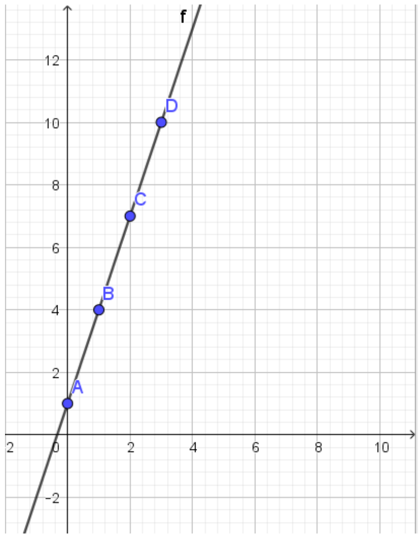
OPGAVER UDEN HJÆLPEMIDLER

1	Omkredsen af figuren: $2\ b + 2\ a + 20$ (eller ikke reducerede løsninger, som giver det samme).
2	Arealet af figuren: $a \cdot b + 7\ b + 3\ a + 21$ (eller ikke reducerede løsninger, som giver det samme).
3	Omkredsen af figuren: $4\ b$ (eller ikke reducerede løsninger, som giver det samme).
4	Arealet af figuren: $b^2 - a^2$ (eller ikke reducerede løsninger, som giver det samme).

FACIT SIDE 166

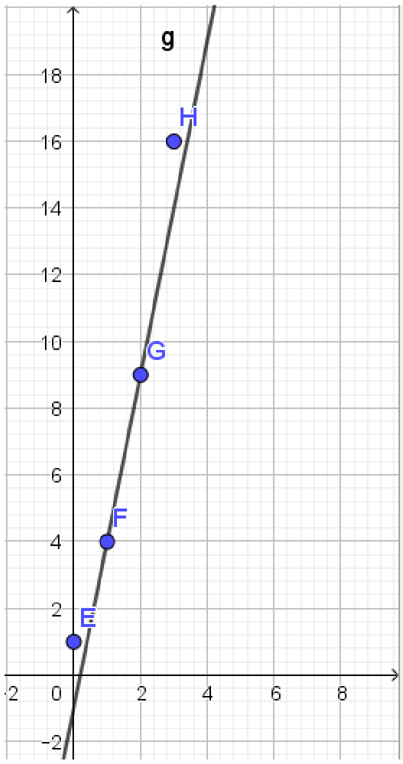
8. FUNKTIONER OG GRAFER

8.1 Tegning af punkter:

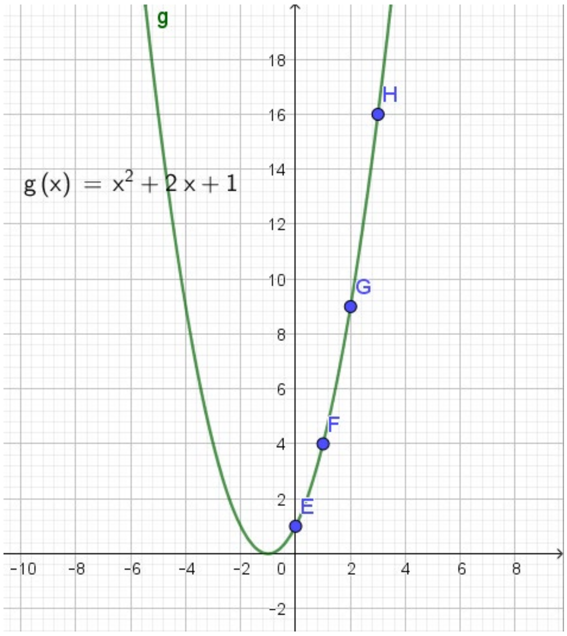


8.2 Som man kan se af tegningen ovenfor, ligger punkterne på samme rette linje.

8.3 Punkterne for funktionen *g* ligger ikke på en ret linje.



8.4 Punkterne på *g* passer med funktionsforskriften $g(x) = x^2 + 2x + 1$



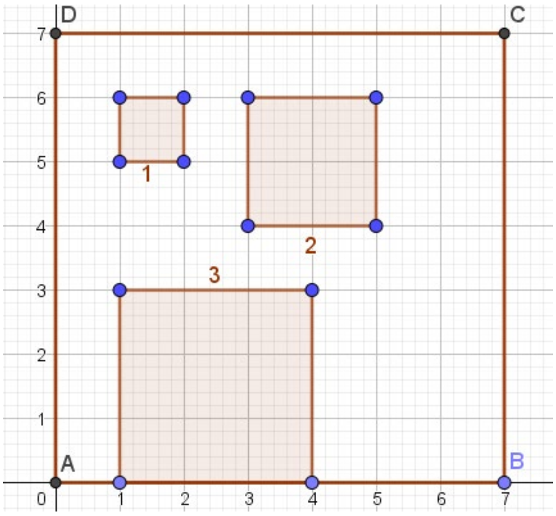
8.5 En lineær funktion, som går gennem (0,1) (mange løsninger fx), $h(x) = -2x + 1$.
En ikke-lineær funktion, som går gennem (0,1) (mange løsninger fx),
$k(x) = 1 \cdot 0{,}75^x$.
Eleverne bør som minimum vise deres funktion og med tegning af grafen vise, at den går gennem punktet (0,1) eller med beregning vise, at funktionsværdien af 0 er 1.

FACIT SIDE 166

9. KVADRATER I KVADRATNET

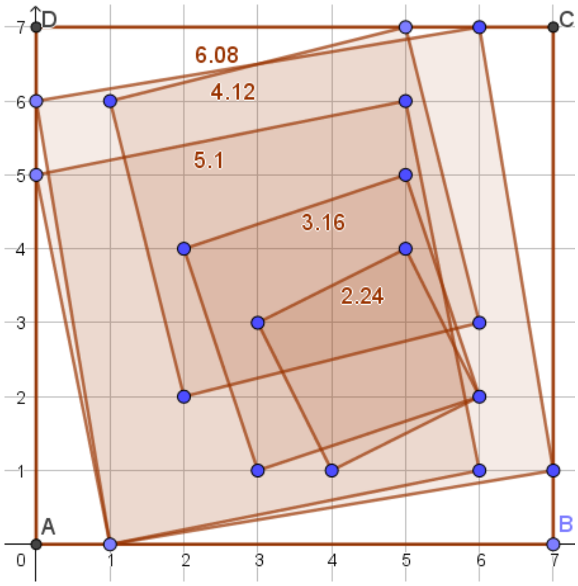
Tal evt. med eleverne om, at en undersøgende opgave som denne ikke kræver, at de bruger en bestemt metode, men at de selv skal finde frem til en måde at løse opgaven på, ved hjælp af den matematik, de kender. Tal også med eleverne om, at når de arbejder undersøgende, kan det være en god idé at have en form for systematik i måden, man undersøger på.

9.1 Antal forskellige kvadrater i kvadratnet 7x7



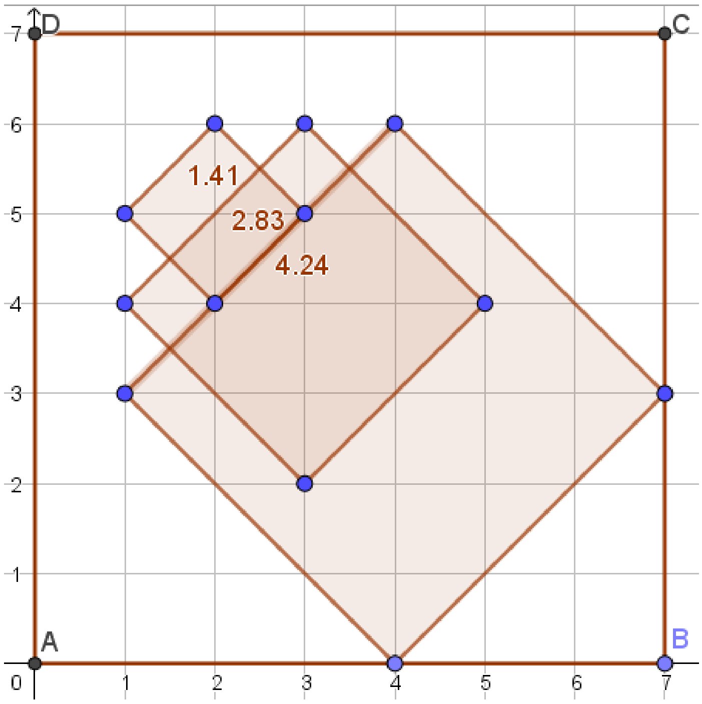
Kvadrater som ligger 'pænt' i kvadratnettet - 7 forskellige med sidelængde 1, 2, 3, 4, 5, 6 og 7.

Kvadrater som ligger på skrå:



Her er fem forskellige kvadrater, som ligger på skrå med sidelængde:

$\sqrt{5} \approx 2{,}24, \sqrt{10} \approx 3{,}16, \sqrt{17} \approx 4{,}12, \sqrt{26} \approx 5{,}1, \sqrt{37} \approx 6{,}08$



Her tre mere på skrå, som har sidelængder:

$\sqrt{2} \approx 1{,}41, \sqrt{8} \approx 2{,}83, \sqrt{18} \approx 4{,}24$

I alt er der 7+5+3=15 løsninger.

OPGAVER UDEN HJÆLPEMIDLER

1 f(x) = 11

2 x = 6

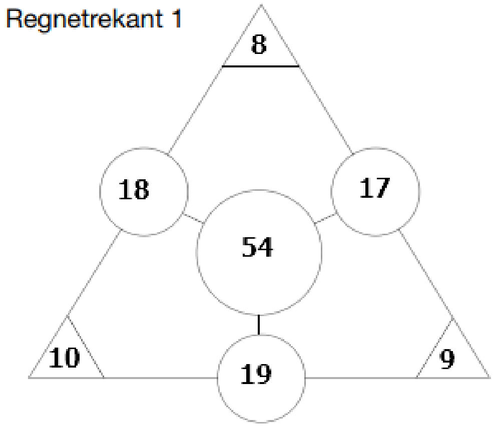
3 $f(x) = 2x + 1$

4 e

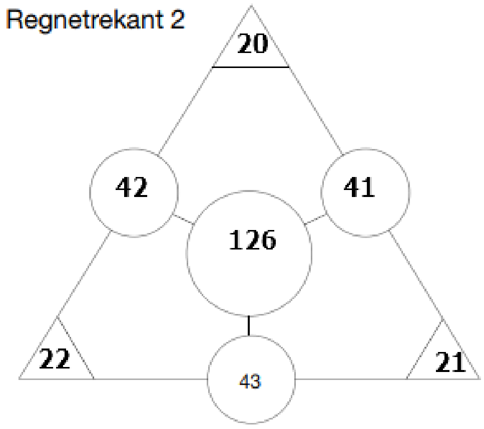
FACIT SIDE 167

10. REGNETREKANTER

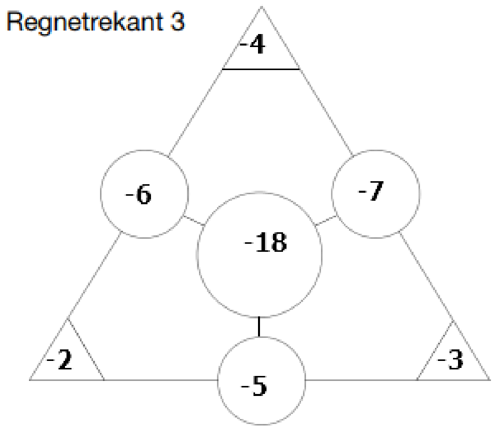
10.1 Regnetrekant 1 med 8 i øverste hjørne.



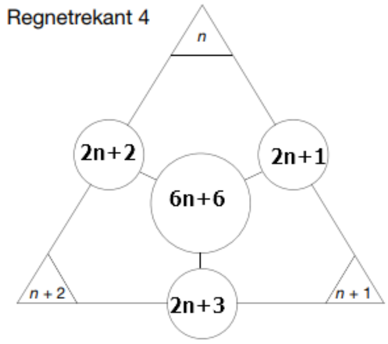
10.2 Regnetrekant 2



10.3 Regnetrekant 3



10.4 Regnetrekant 4:



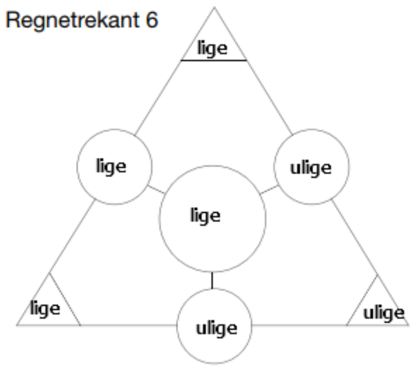
10.5 Undersøg, om der kan stå 100 i midtercirklen:

Det kan der ikke.

6n + 6 = 100 giver n = 15,67. Så er n ikke et helt tal.

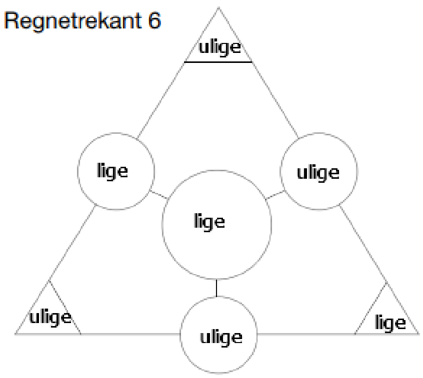
10.6 Undersøg om der er flest lige eller ulige tal i en regnetrekant.

Hvis starttal er lige.



5 lige tal og 2 ulige tal.

Hvis starttal er ulige



4 ulige tal og 4 lige tal.

Der vil derfor enten være flest lige tal eller lige mange lige og ulige tal.

OPGAVER UDEN HJÆLPEMIDLER

1	x = 4
2	x = 10
3	x = 8
4	7100
5	404
6	1785
7	1003