OM KAPITLET

I dette kapitel om digitale værktøjer skal eleverne arbejde med anvendelse og vurdering af forskellige digitale værktøjer, som kan bruges til at løse opgaver og matematiske problemstillinger. Eleverne skal også forklare og præsentere matematik ved hjælp af forskellige digitale præsentationsværktøjer.

En del opgaver i dette kapitel er formuleret, så der er flere mulige facit, da resultatet på forskellig måde afhænger af elevernes valg. Til disse opgaver anføres eksempelvis *Elevernes egne svar* eller *Elevernes egne forklaringer*. I disse tilfælde gives der ofte eksempler.

ELEVMÅL FOR KAPITLET

Målet er, at eleverne:

- kan vælge et passende hjælpemiddel til en opgave, fx et CAS-program, et regneark eller et geometriprogram
- kan kommunikere ved hjælp af digitale værktøjer, fx skærmbilleder, skærmoptagelser og andre præsentationsværktøjer, når de skal forklare noget matematik
- kan vurdere, hvornår de skal bruge et digitalt værktøj, og hvornår det er bedre fx at regne i hovedet eller tegne i hånden.

HUSKELISTE

PRINTARK

- A1 Sorter ligninger
- A2 Hvordan løser du bedst opgaven?

MATERIALER

- Blyant
- Lineal
- Lommeregner
- Papir
- Passer
- Saks
- To almindelige terninger
- Vinkelmåler

DIGITALE VÆRKTØJER

- Geometriprogram
- Funktionstegneprogram
- Regneark
- CAS-program
- Præsentationsværktøjer

FAGLIGE BEGREBER

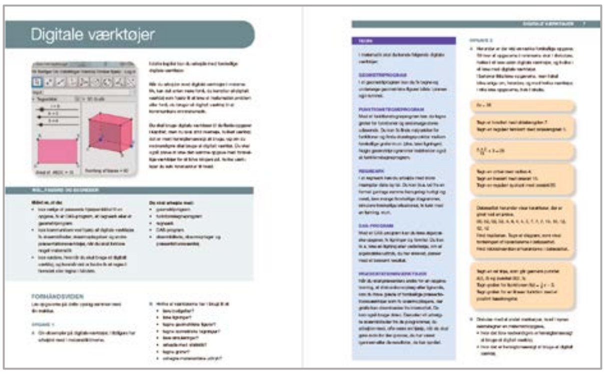
I kapitlet arbejdes med følgende centrale fagord og begreber:

- Geometriprogram
- Funktionstegneprogram
- Regneark
- CAS-program
- Skærmbillede, skærmoptager og præsentationsværktøj.

FÆLLES MÅL

På MULTIs hjemmeside er der en oversigt over, hvilke Fælles Mål der er sat op for arbejdet med kapitlet.

DIGITALE VÆRKTØJER


Digitale værktøjer

UDDYBENDE VEJLEDNING OG FACITLISTE

OPGAVE 1

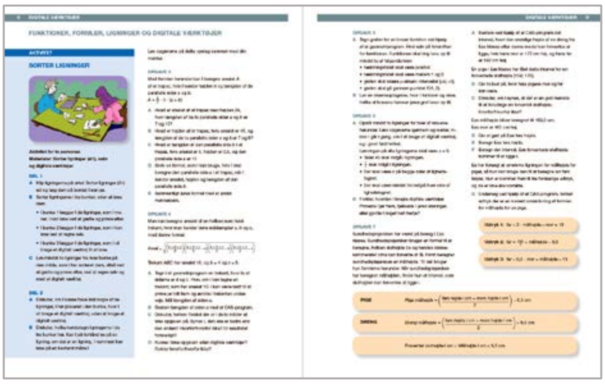
A Elevernes eksempler på tidligere brug af digitale værktøjer i forbindelse med forskellige faglige aktiviteter.

B Elevernes egne svar.

OPGAVE 2

A Diskussion af brug af digitale værktøjer.

B Diskussion af kendetegn ved matematikopgaver i relation til anvendelse af digitale værktøjer.



UDDYBENDE VEJLEDNING OG FACITLISTE

AKTIVITET: SORTER LIGNINGER

DEL 1

A Intet facit.

B Elevernes egne sorteringer.

C Elevernes egne svar.

DEL 2

A Diskussion af brugen af et digitalt værktøj.

B Diskussion af kendetegn ved elevernes inddeling af ligningerne.

OPGAVE 3

A Areal$_{(trapez)}$ = $\frac{1}{2} \cdot 24 \cdot (7 + 13) = 240$.

B $45 = \frac{1}{2} \cdot h \cdot (7 + 8) \quad \Leftrightarrow \quad h = 6$

C $5 = \frac{1}{2} \cdot 0{,}5 \cdot (1 + b) \quad \Leftrightarrow \quad b = 19$

D $A = \frac{1}{2} \cdot h \cdot (a + b) \quad \Leftrightarrow \quad a = \frac{2A}{h} - b$

Bemærk, at ved ombytning af a og b kan den samme formel bruges til beregning af siden b.

E Formelsammenligning med et andet makkerpar.

OPGAVE 4

A Eleverne tegner en trekant med areal 10, $b = 4$ og $c = 5$. De måler siden a til ca. 6,14. (Trekant ABC er retvinklet med $\angle A = 90°$. Den eksakte værdi af a er $\sqrt{41}$.)

B Siden a bestemmes med et CAS-værktøj til $\sqrt{41}$.

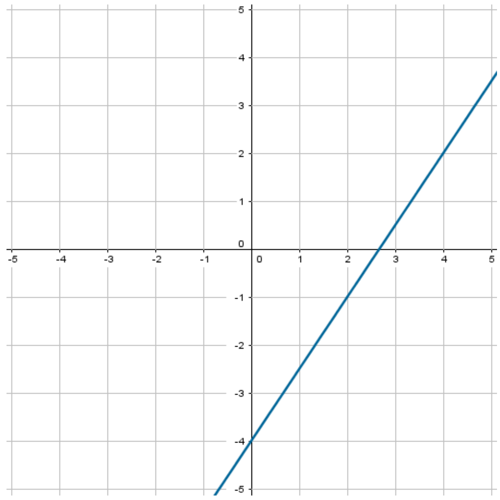
C Diskussion af forskelle på løsningsmetoder.

D Eleverne kan næppe løse opgaven uden brug af digitale værktøjer.

OPGAVE 5

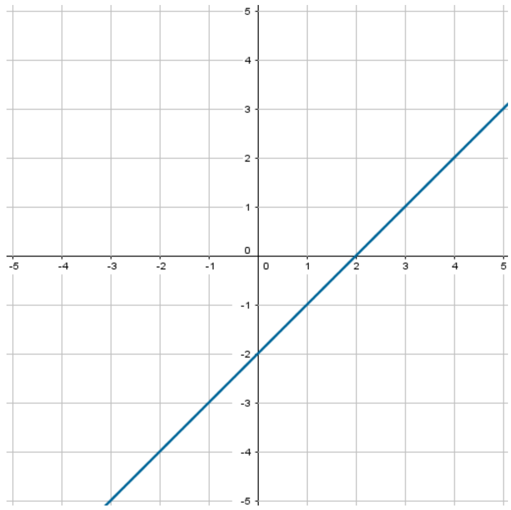
A Elevtegning af graf, der lever op til mindst to af de fire krav. Eleverne kan eksempelvis tegne følgende grafer:

Funktionsforskrift: $f(x) = 1{,}5x - 2$



Denne graf lever op til alle fire krav.

Funktionsforskrift: $f(x) = x - 2$



Denne graf lever op til alle fire krav.

B Elevernes egne skærmoptagelser.

OPGAVE 6

A Eleverne opstiller i alt mindst 8 ligninger, mindst 2 for hvert af de 4 krav. Eleverne kan eksempelvis opstille følgende ligninger:

Krav 1: Tallet 45 skal indgå i ligningen

$x = 45 + 5$

$x = 45 - 5$

Krav 2: ½ skal indgå i ligningen:
$x = \frac{1}{2} \cdot 45$
$100 = \frac{1}{2} \cdot x$

Krav 3: Der skal være x på begge sider af lighedstegnet:
$x + 100 = 4x$
$2x + 10 = 3x - 40$

Krav 4: Der skal være mindst tre led på hver side af lighedstegnet:
$2x + 100 - 35 = 4x + 60 - 15$
$x - 100 + 55 = 2x - 300 + 55$

B Forklaring af brug af digitale værktøjer.

OPGAVE 7

A Forventet målhøjde for den pågældende dreng er $\frac{192+172}{2} + 6{,}5 = 188{,}5$.
Drengens højdeinterval er derfor [180; 197].

B Når pigens højdeinterval er [159; 176] er hendes målhøjde lig med
$159 + 8{,}5 = 176 - 8{,}5 = 167{,}5$ cm.
Dette tal skal være gennemsnittet af moderens og faderens højde. For ethvert reelt tal k vil et talpar af formen $(167{,}5 - k\,;\, 167{,}5 + k)$ havde gennemsnittet 167,5, men tallet k må selvfølgelig vælges, så der er realisme i svaret, dvs. både det ene og det andet af de to tal må kunne tænkes at være højden af et voksent menneske.

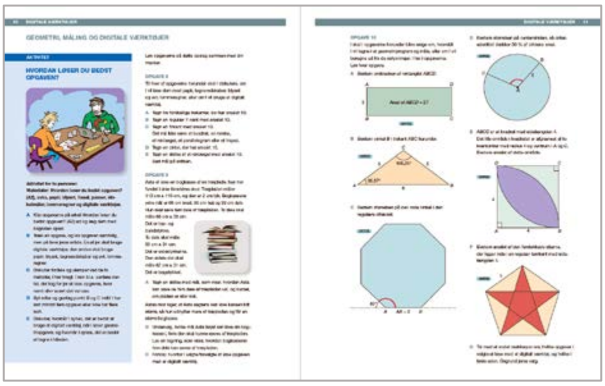
C Diskussion af metoden.

D Elevgæt på Eas fars højde.

E Eas fars højde x er løsning til ligningen $\frac{x+165}{2} - 6{,}5 = 163{,}5$. Faderens højde bliver da 175 cm.

F Eas forventede højdeinterval er [155; 172].

G Udtryk 1 er det rigtige.



UDDYBENDE VEJLEDNING OG FACITLISTE

AKTIVITET: HVORDAN LØSER DU BEDST OPGAVEN?

A Intet facit.
B Intet facit.
C Diskussion af fordele og ulemper ved de to metoder.
D Intet facit.
E Diskussion af fordele og ulemper ved brug af digitale værktøjer til geometriopgaver.

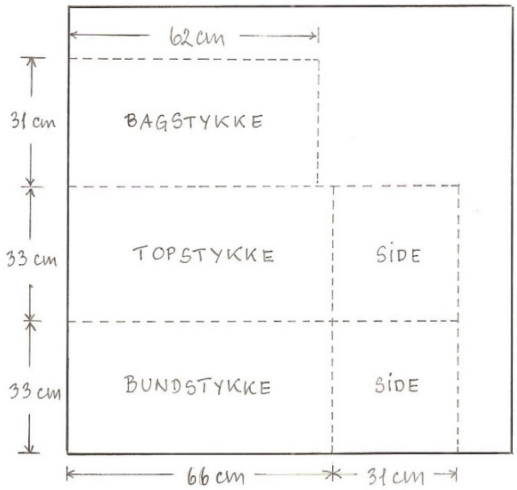
OPGAVE 8

Diskussion af om opgaverne løses bedst med eller uden brug af et digitalt værktøj. Herunder er givet forslag til, hvad eleverne vurderer.

A Opgaven kan med fordel løses med et digitalt værktøj.
B Opgaven kan med fordel løses med et digitalt værktøj.
C Opgaven kan med fordel løses med et digitalt værktøj.
D Opgaven kan med fordel løses med et digitalt værktøj.
E Opgaven kan med fordel løses uden brug af et digitalt værktøj.

OPGAVE 9

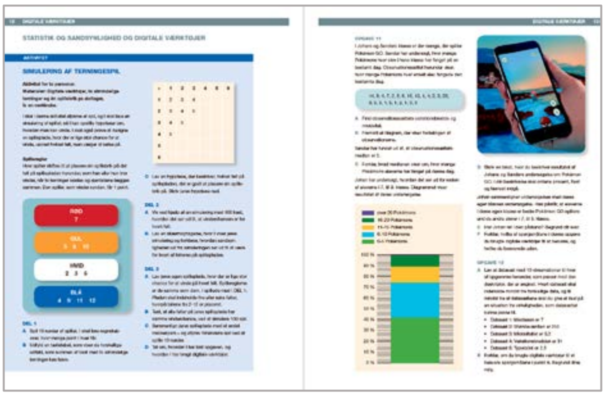
A Elevskitse af pladen med mål på de enkeltdele, den skal udskæres i. Eleverne kan eksempelvis tegne følgende skitse:



B Undersøgelse af maksimalmål. Det er klart, at der er (uendeligt) mange muligheder.
C Elevforklaring på valg eller fravalg af digitale værktøjer.

OPGAVE 10

A Omkreds = 24. Da rektanglets areal er 27, fås den vandrettes sides længde x af ligningen $3x = 27$ til $x = 9$.
B $\angle B = 36,87°$ (= $\angle A$, da trekanten er ligebenet).
C $\angle A = 180° - 45° = 135°$.
D Centervinklen er $0,3 \cdot 360° = 108°$.
E Områdets areal er $8\pi - 16$, som eleverne formentlig vil foretrække at måle til 9,13.
F Den 5-takkede stjerne kaldes et *pentagram*. Når den regulære femkant (*pentagon*) har sidelængden 5, vil arealet af pentagrammet med 4 decimaler være 20,3075. Arealet kan naturligvis beregnes, men eleverne har ikke andre muligheder end at måle i et geometriprogram.
G Samtale mellem makkerpar om valg af hjælpemidler.



UDDYBENDE VEJLEDNING OG FACITLISTE

AKTIVITET: SIMULERING AF TERNINGESPIL

DEL 1

A Eleverne spiller 10 runder og noterer point.

B Eleverne udfylder tælletabel, der viser udfaldene ved kast med to almindelige terninger, hvor summen noteres.

C Elevhypotese. Hvilket felt er "godt"? Sandsynlighederne for at vinde på de forskellige felter er:

RØD	HVID	GUL	BLÅ
$\frac{6}{36}$	$\frac{8}{36}$	$\frac{12}{36}$	$\frac{10}{36}$

DEL 2

A Eleverne simulerer 100 kast med de to terninger.

B Elevernes egne skærmoptagelser.

DEL 3

A Elevernes egne spilleplader.

Eleverne kan eksempelvis lave følgende spilleplade, hvor hvert felt har sandsynligheden $\frac{9}{36} = \frac{1}{4}$.

2 3 4 10	5 6
7 11 12	8 9

Eleverne kan eksempelvis lave følgende spilleplade, hvor hvert felt har sandsynligheden $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$.

7	2 6	3 9
5 11	8 12	4 10

B Spillepladerne testes ved at simulere. Vær opmærksom på, at simuleringerne oftest vil variere lidt fra den statistiske sandsynlighed, som disse spilleplader er lavet ud fra.

C Eleverne sammenligner og afprøver hinandens spilleplader.

D Samtale om løsningsmetoder og brugen af digitale værktøjer.

OPGAVE 11

A Variationsbredde $V = 23$. Middeltal $\mu = 5{,}04$.

B Eleven vælger og tegner fordelingsdiagram, fx et pindediagram.

C Medianen (3) fortæller, at halvdelen af eleverne har fanget 3 eller færre Pokémons.

D Elevernes egne beskrivelser.

E Elevens stillingtagen, med begrundelse, til Johans påstand.

F Elevernes egne forklaringer.

OPGAVE 12

A Elevernes egne datasæt. Eleverne kan eksempelvis lave følgende datasæt:

Datasæt 1: Medianen er 7
02, 02, 7, 7, 7, 10. Dette datasæt kunne eksempelvis passe til en undersøgelse af, hvilke karakterer seks elever har fået i en matematikopgave.

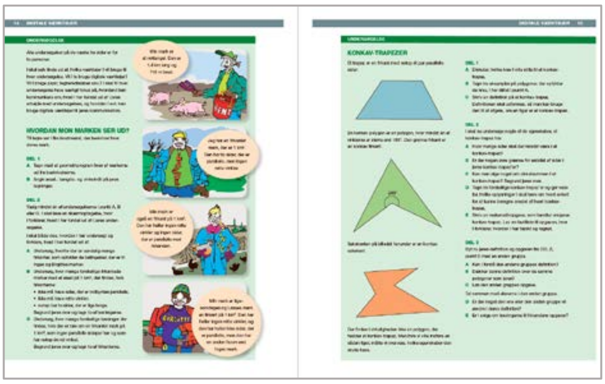
Datasæt 2: Størsteværdien er 250
50, 50, 100, 100, 150, 150, 200, 250. Dette datasæt kunne eksempelvis passe til en undersøgelse af, hvor mange lommepenge otte elever får om måneden.

Datasæt 3: Middeltallet er 0,2
0, 0, 0, 0, 1. Dette datasæt kunne eksempelvis passe til en undersøgelse af, hvor mange mål en fodboldspiller scorede i fem kampe.

Datasæt 4: Variationsbredden er 31
5, 6, 10, 14, 20, 25, 30, 32, 33, 35, 36. Dette datasæt kunne eksempelvis passe til en undersøgelse af, hvor mange minutter 11 elever bruger på at komme fra deres hjem til skolen en morgen.

Datasæt 5: Typetallet er 2,5

B Elevernes egne forklaringer om brugen af digitale værktøjer.



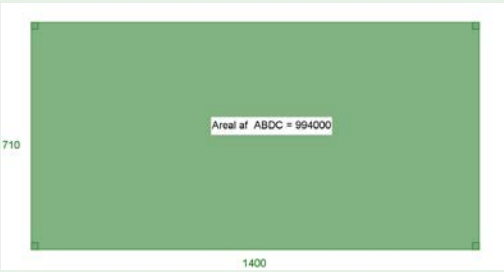
UDDYBENDE VEJLEDNING OG FACITLISTE

UNDERSØGELSE: HVORDAN MON MARKEN SER UD?

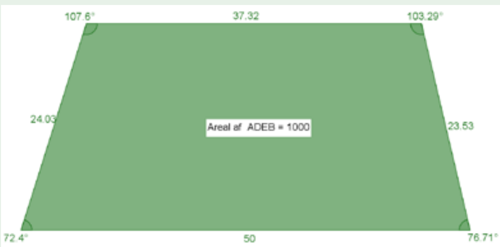
DEL 1

A Elevernes egne tegninger. Eleverne kan eksempelvis tegne følgende marker, som alle er udarbejdet i GeoGebra:

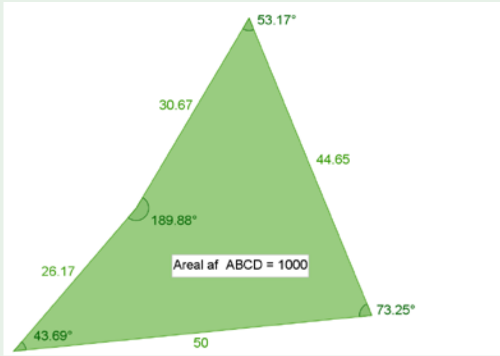
Bents mark:



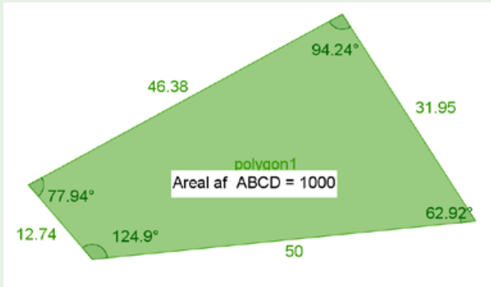
Lasses mark:



Inges mark:



Birgittes mark:



B Elevernes egne angivelser. Se eksempler på areal-, længde- og vinkelmål på tegningerne ovenfor.

DEL 2

A - C Elevernes egne skærmoptagelser. Der er uendeligt mange muligheder i alle tre tilfælde. En god besvarelse argumenterer for dette.

Bents mark er den eneste, der er helt fastlagt – et rektangel med sidelængderne 710 m og 1400 m. For Lasses, Inges og Birgittes vedkommende er der uendeligt mange rigtige muligheder, så svarene må bedømmes individuelt.

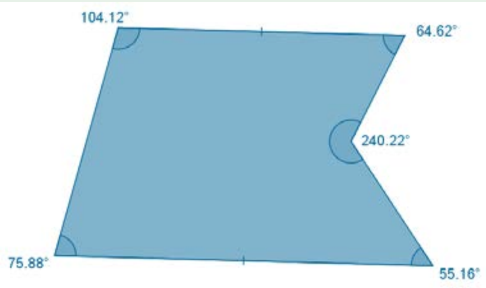
UNDERSØGELSE: KONKAV-TRAPEZER

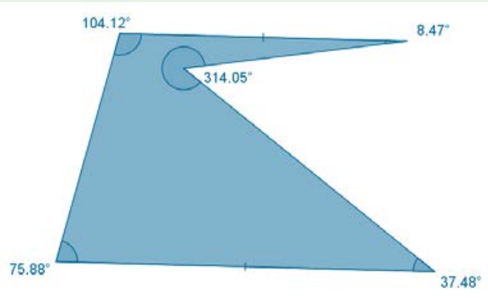
DEL 1

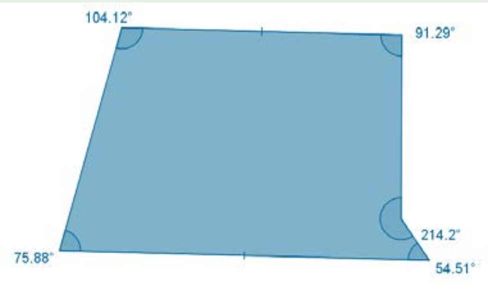
A Elevdiskussion. Kravene kunne eksempelvis være:

- En femkant med netop ét par parallelle sider.
- En femkant hvor mindst én af vinklerne er større end 180°.

B Elevernes egne tegninger, som afhænger af, hvilke krav de vælger at stille i punkt A. Ud fra forslagene til krav kan følgende eksempler gives:







C Elevernes egne definitioner, hvor de sprogligt formidler de krav, de har opstillet i punkt A.

DEL 2

A Der skal mindst være fem sider – ellers er det ikke muligt *både* at have to parallelle sider *og* at sørge for, at polygonen er konkav.

B Der er ingen øvre grænse for antallet af sider i en "konkav-trapez".

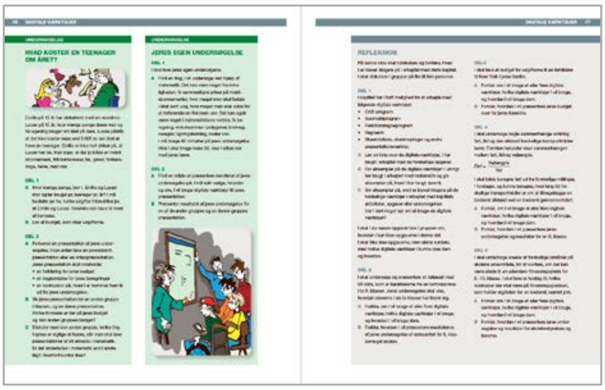
C Ifølge punkt A er vinkelsummen i en "konkav-trapez" mindst lig med 540° (vinkelsummen i en femkant).

D Elevernes egne tegninger og redegørelser.

E Elevernes egne fremstillinger af opgaver.

DEL 3

A - E Elevernes egne sammenligninger af hinandens opgaver.



UDDYBENDE VEJLEDNING OG FACITLISTE

UNDERSØGELSE: HVAD KOSTER EN TEENAGER OM ÅRET?

DEL 1

A - B Elevernes egne beslutninger og budgetter.

DEL 2

A - C Elevernes egne præsentationer, sammenligninger og diskussioner.

UNDERSØGELSE: JERES EGEN UNDERSØGELSE

DEL 1

A Elevernes egne undersøgelser.

DEL 2

A - B Elevernes egne præsentationer.

REFLEKSION

DEL 1

A Intet facit.

B Elevernes egne eksempler.

C Intet facit.

DEL 2

A Elevernes egne forklaringer. Det ville være en fordel at anvende regneark til at løse denne opgave.

B Elevernes egne forklaringer. Det ville være en fordel at anvende tabeller eller diagrammer til at præsentere resultaterne i denne opgave.

DEL 3

A Elevernes egne forklaringer. Det ville være en fordel at anvende regneark til at lægge budgettet i denne opgave.

B Elevernes egne forklaringer.

DEL 4

A Elevernes egne forklaringer. Det ville være en fordel at anvende et CAS-værktøj til denne opgave.

B Elevernes egne forklaringer.

DEL 5

A Elevernes egne forklaringer. Det ville være en fordel at anvende et geometriprogram og regneark til denne opgave.

B Elevernes egne forklaringer.