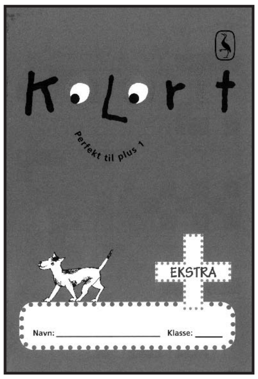
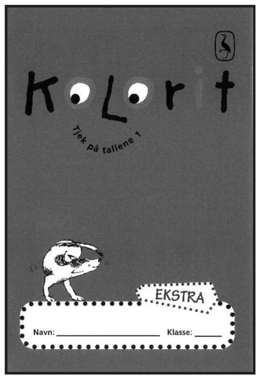
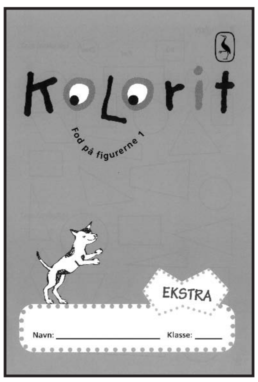
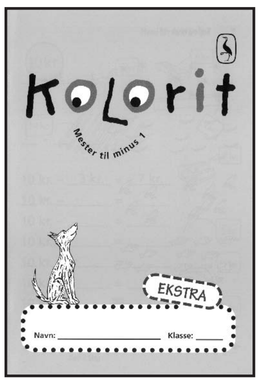
Kolorit Ekstra som er en serie engangshæfter med supplerende opgaver til træning og vedligeholdelse af færdigheder indenfor centrale faglige områder. Hæfterne er på forskellige niveauer, så den enkelte elev kan bruge dem efter behov. Læs mere om denne serie på www.kolorit.gyldendal.dk









En time mere med Kolorit

- en serie kopimapper med supplerende opgaver, der bl.a. kan bruges til værkstedsarbejde. Opgaverne, der tager udgangspunkt i konkrete materialer, indbyder til varierede arbejdsformer – ofte med problemløsning i fokus. De kan bruges uafhængigt af klassens samlede arbejde – fx til en gruppe elever, som har brug for en særlig udfordring. Eller de kan indgå i den daglige undervisning – fx til en ugentlig time med værkstedsarbejde.

Kolorit og elevernes egne metoder til antalsbestemmelse

I lærerressourcen til Kolorit for 1. klasse beskrev vi nogle overordnede overvejelser om den centrale læseplans omtale af elevernes mulighed for at udvikle egne metoder til antalsbestemmelse.

Her i 3. klasse er arbejdet med ”egne metoder” en central del af matematikundervisningen. Derfor indleder vi denne bog med nogle mere konkrete forklaringer på Kolorits opfattelse af dette arbejde, og med konkrete ideer til den rolle læreren kan spille i denne form for undervisning.

Om undervisningen på begyndertrinnet (1.-3. klasse) hedder det, at...

”Den enkelte elev skal have mulighed for at udvikle egne metoder til antalsbestemmelse ved addition og subtraktion.”

Og i forbindelse med undervisningen på mellemtrinnet (3.-7. klasse) findes formuleringen:

”I arbejdet med de naturlige tal udvikler eleverne fortsat egne beregningsmetoder. Standardiserede regneopstillinger indføres, hvis det for eleven er en forenkling af arbejdet.”

Fire forskellige tilgange til matematikundervisning

Inddragelse af elevernes selvstændige bidrag ved opbygningen af de faglige begreber betragtes i faghæftet – og i Kolorit – generelt som en fordelagtig tilgang til matematikundervisningen. Det er vigtigt, at eleverne får mulighed for at tænke selv, til at afprøve ideer og til at begå fejl, for det er igennem disse afprøvninger, at matematisk forståelse og indsigt udvikles. Hvis vi kun var interesseret i elevernes evne til at finde resultater, kunne vi muligvis holde os til en mere ”opskrift-præget” matematikundervisning. Men netop ”forståelse og anvendelse af matematikken” er selve formålet med undervisningen. Derfor er det nødvendigt at inddrage elevernes egne ideer i opbygningen af faglige begreber.

Men *hvordan?* Der er jo noget modsætningsfyldt i at bygge på elevernes egne ideer, når vi samtidig ønsker, at de skal lære noget bestemt – fx at gange to tocifrede tal. Og hvilken betydning skal vi ligge i formuleringen: *”...at udvikle egne...”*? Ordet ”egne” kan let opfattes som om, at alle skal *finde på sin egen måde* at fx gange på.

Det er *ikke* denne opfattelse af ”egne”, der ligger bag indholdet i Kolorit. I vores forståelse af arbejdet med elevernes egne metoder, skal ordet ”egne” snarere betragtes som en form for ”ejerskab”. Dette ”ejerskab” kan have forskellige grader. Man kan sige, at forskellige former for undervisning giver eleverne forskellige former for ”ejerskab” til deres beregningsmetoder.

I en *mekanisk* tilgang til undervisningen kan ejerskabet til de metoder, som eleverne (re)producerer, nærmest sammenlignes med ejerskabet til et *produkt*. Eleverne får vist, hvordan man gør, så der kommer et resultat frem. De ejer deres metode på samme måde, som man kan eje en kogebog... hvis bogen bliver væk forsvinder opskrifterne med den.

En anden tilgang til undervisningen betegnes som ”strukturalistisk”. Eleverne inddrages i en proces, der fører frem til fx en beregningsmetode. Forskellige faser i processen viser, hvordan vores talsystem kan udnyttes til genveje i beregningsmetoderne. Fx kan et ”veksleskema” vise, hvordan 12 enere kan ”veksles til” 1 tier og 2 enere, når 36+26 skal beregnes.

I en strukturalistisk tilgang til undervisningen kan eleverne opnå ejerskab til *processen og produktet*.

Det hollandske Freudenthal Institut står bag en tredje form for undervisning, der betegnes som ”realistisk”. Det vil her være for omfattende at beskrive tankerne bag denne tilgang til matematikundervisning i detaljer. Men et karakteristisk træk er, at udviklingen af nye koncepter og begreber indledes med, at eleverne arbejder med konkrete, virkelighedsnære problemer – og at deres løsningsmetoder danner baggrund for en videre udvikling mod en standardmetode.

Fx kan det tænkes, at et forløb med ”store divisionsstykker” indledes med problemstillingen: ”56 mennesker skal spise middag til en fest. Der kan sidde 6 ved hvert bord. Hvor mange borde skal vi stille frem?” Det er sandsynligt, at eleverne i klassen løser dette problem på mange forskellige måder.

Det er et mål i realistisk matematikundervisning, at eleverne i den efterfølgende udvikling af en fælles divisionsmetode kan bygge videre på deres *forskellige* tænkemåder i problemløsningen. Man kan sige, at eleverne i denne tilgang til undervisning kan opnå ”ejerskab” i form af både *tankemåde, proces og produkt*.

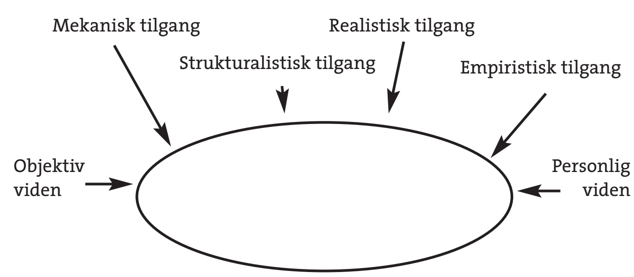
Endelig kan man vælge en ”empiristisk” tilgang til undervisningen. Et stykke hen ad vejen ligner denne undervisningsform den realistiske – udgangspunktet tages i konkrete, virkelighedsnære problemstillinger, og der arbejdes med at forbedre elevernes metoder til løsning af sådanne problemer. Men der insisteres ikke på, at eleverne opnår en standardmetode fx til divisionsproblemer. Groft sagt kan man sige, at den ”empiristiske” tilgang er karakteriseret ved, at der ikke undervises – lærerens formidlingsmæssige opgave er lagt til side til fordel for elevernes egne tanker. Andre vil sige, at den empiristiske tilgang er den eneste, hvor eleverne arbejder med egne metoder i ordets egentlige betydning – de finder i bogstaveligste forstand selv på. Man kan sige, at eleverne ved denne tilgang kan opnå ”ejerskab” i betydningerne: *Ophav, tanker og proces.* Der findes ikke (på samme måde som ved de øvrige beskrevne tilgange) et *produkt* – en standardmetode.

I skemaform ser de skitserede tilgange og deres tilhørende ”ejerskab” sådan ud:

”Ejerforhold”	MEKANISK	STRUKTUR	REALISTISK	EMPIRISTISK
PRODUKT	X	X	X	
PROCES		X	X	X
TANKE			X	X
OPHAV				X

Vi nævnte tidligere det modsætningsfyldte mellem at tage udgangspunkt i elevernes personlige viden – det, de allerede kan og ved – når undervisningen samtidig har en række objektive mål, nemlig den viden og kunnen vi ønsker, at børnene skal komme i besiddelse af. Det kan ses som et dilemma, at læreren skal formidle noget viden til nogle børn, når teorier om læring siger, at de lærer bedst ved at konstruere deres egen viden.

De fire skitserede tilgange til undervisningen kan ses som forskellige tolkninger af dette dilemma:



Ellipsen kan betragtes som undervisningsprocessen, hvor personlige og objektive sider af viden ”mødes”. Som det ses på figuren, placerer den mekaniske tilgang sig tæt på den objektive viden. Med denne tilgang er det svært at tage hensyn til de læringsteorier, der siger, at forståelse og indsigt er forbundet med ”personlige initiativer”. Med den empiristiske tilgang er det imidlertid svært at tage hensyn til de formidlingsmæssige sider af faget, som det nu engang indeholder!

Efter vores opfattelse giver en strukturalistisk og især en realistisk tilgang til undervisningen gode muligheder for at ”tolke dilemmaet” på en måde, som tager hensyn til både personlige og formidlingsmæssige sider af faget. Med andre ord: Når eleverne i Kolorit arbejder med at udvikle egne beregningsmetoder, så betyder det bl.a.:

- at arbejdet som udgangspunkt bygger på elevernes egne tanker – genveje, ideer, fiduser, som de finder på ved at arbejde med problemer.

Nogle elever i 1. klasse opdager fx, ved at "bygge tal" i 10´ere og 1´ere, at 23+45 kan regnes ved at lægge 10'erne sammen for sig og 1´erne sammen for sig.

- at nogle elevers opdagelser igennem en proces skal gøres til fælles viden i klassen, og at denne fælles viden igennem processen leder mod mere og mere forenkling og generalisering af metoderne – de uformelle metoder gøres mere og mere formelle.
  I 1. klasse kan man tænke sig, at det bliver "almindeligt anerkendt", at man kan regne 23+45 ved hjælp af "tierstænger" og centicubes". Metoden bliver forenklet, når eleverne efterhånden kan undvære klodserne og fx tegne sig frem – senere regne med tal. Metoden bliver mere generel, hvis den kan bruges til flere forskellige plusstykker – også dem med "tierovergang" – fx 35+58. Tit kræver denne overgang, at læreren "giver fidusen" med at regne enerne ud først (5+8=13) og veksle de 13 enere til 1 tier og 3 enere.

- at klassen arbejder hen i mod en eller to standardmetoder, der i så høj grad som muligt gør det muligt for eleverne at bevare deres egen tankegang.

I forbindelse med addition arbejder Kolorit mod denne standardmetode:

Stykke: 35 + 58

Metode:

$$\begin{array}{r} {}^{1} \\ 35 \\ +\ 58 \\ \hline 93 \\ \hline \end{array}$$

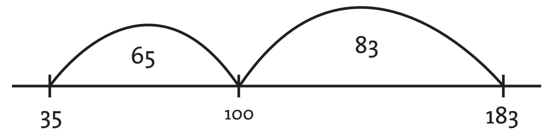
I forbindelse med subtraktion arbejder Kolorit mod disse to metoder:

Stykke: 183 - 35

Metode 1:

$$\begin{array}{r} 1\cancel{8}3^{10} \\ -\ 35 \\ \hline 148 \\ \hline \end{array}$$

Metode 2:



65 + 83 = 148

I forbindelse med multiplikation arbejder Kolorit mod disse to metoder:

Stykke: 12 · 14

Metode 1:

$$\begin{array}{r} 12 \cdot 14 \\ \hline 8 \\ +\ 20 \\ +\ 40 \\ +\ 100 \\ \hline 168 \\ \hline \end{array}$$

Metode 2:

Vi vender tilbage til divisionsmetoder i Kolorit for 4. klasse.

Hvad er lærebogens opgave – og hvad er lærerens opgave?

For os er det et mål, at Kolorit i så vid udstrækning som muligt støtter læreren i undervisningsprocesser af den type, som er skitseret i det foregående (se også Lærerens ressourcebog, 2. klasse). Men det er også vigtigt at understrege, at der netop er tale om støtte – lærebogen kan ikke udgøre undervisningen alene. Lærerens handlinger har i høj grad betydning for elevernes læring.

Som et eksempel på hvordan vi mener, at Kolorit kan støtte i en undervisningsproces vil vi bruge forløbet "Gange 2", der findes i elevbog 3B, side 20 til 29. Dette forløb giver eleverne mulighed for at udvikle egne metoder til multiplikation i den forståelse af begrebet, som vi har beskrevet.

- Udgangspunktet er elevernes egne tanker – genveje, ideer, fiduser, som de finder på ved at arbejde med problemer.

Kvadratnettet på side 25 danner grundlag for, at eleverne på egen hånd gør opdagelser, som letter arbejdet med at finde resultatet af fx 7·9. Elevernes opdagelser diskuteres i klassen.
”Hvilken opdeling gør stykket nemmest?”
Det er lærerens opgave at sætte eleverne i gang med den indledende opgave og at styre klassesamtalen før, under og efter (se det følgende afsnit).

- Bogens opgaver fører eleverne igennem en proces, som efterhånden forenkler, generaliserer og formaliserer elevernes metoder. Undervejs kan eleverne i høj grad stadig bruge de tanker, som danner udgangspunkt for deres metode.

Lærebogen giver følgende opgaver, som ”leder” processen:
- Regn fx stykket 7 · 14 ved hjælp af kvadratnettet (side 24)
- Hvordan skal du opdele kvadratnettet for at gøre det lettest muligt? (side 25)
- Hvad hvis du selv skal tegne kvadratnettet? (side 25 nederst)
- Prøv at lave en bestemt opdeling – hvad er fordelen ved den? (side 26)

I Kolorit i 4. klasse føres denne proces videre med:
- Hvad, hvis du skal løse opgaven på ”blankt papir” (uden kvadrater)?
- Behøver du at tegne? Kan du nøjes med at skrive tallene?
- Prøv at skrive tallene sådan – kan du se sammenhængen? (standardmetode)

Læreren skal ”samle” klassens svar på de forskellige spørgsmål – og afgøre, hvornår klassen eller de enkelte elever er klar til at gå videre med næste trin i processen.

- Kolorit arbejder mod en mere og mere nuanceret standardmetode.

Undervejs i processen har eleverne hele tiden en metode til multiplikation. Metoden forenkles og formaliseres undervejs i forløbet. Eleverne har ikke nødvendigvis den samme metode hele tiden – de arbejder ikke nødvendigvis i samme tempo. I klassen kan findes metoder, som regnes for fælles (det, der er i bogen) – og metoder, som enkelte elever mestrer på egen hånd.

Læreren må vurdere, hvad der skal betragtes som klassens fælles viden – og hvad der er enkelte elevers personlige viden.

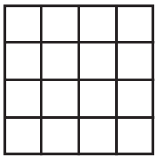
Hvordan foregår det i praksis?

Den arbejdsproces og de opgaver, der findes i Kolorit, er bl.a. et resultat af vores arbejde med egne klasser.

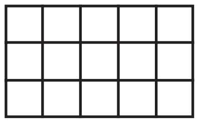
I det følgende vil vi grundigt beskrive, hvordan vi i én af vores klasser indledte det emne, der i elevbog 3B er kaldt ”Gange 2”. Beskrivelsen tager udgangspunkt i klassens dialog før en opgave, der er helt parallel til bog 3B side 24.

Det samme uddrag er også bragt i artiklen ”Børns egne algoritmer – Hvorfor? Hvordan?” af Anna Jørgensen (findes i bogen: ”Undervisning i matematik”, Kroghs Forlag 2000 – red. Mogens Jansen og Hans Nygaard Jensen) og i ”Matematik i læreruddannelsen, Teori og praksis - en fagdidaktik“, Gyldendal.

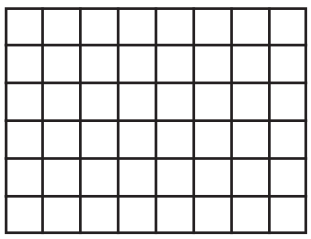
Vi er i starten af et modul (90 minutter), som bl.a. blev indledt med, at læreren (T) præsenterede de fire punkter, som klassen skulle arbejde med i modulet. Herefter præsenterede T denne tegning på tavlen:



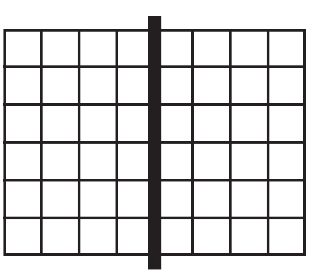
1	T:	*Hvad er det, jeg har tegnet på tavlen?*
2	Kim:	*Det er mange små firkanter.*
3	Minna:	*Det er et kvadrat.*
4	T:	*Kvadrat...Hvad er det?*
5	Minna:	*En dims, der er lige lang på alle sider.*
6	T:	*(tegner en ligesidet trekant på tavlen)?*
7	Miki:	*Nej, det er en firkant, der er lige lang på alle sider... Det ligner en*
8		*isterningebakke.*
9	T:	*Det er rigtigt, hvad I siger.*
10		*Men...hvad hvis jeg siger, at jeg tænker på et matematikstykke?*
11	Martin:	*Det er 4 · 4.*
12	T:	*Okay...Det var det, jeg mente...hvordan kunne du vide det?*
13	Martin:	*Det er 4 den ene vej og 4 den anden...*
14	T:	*Mener du sådan? (viser med hånden på tavlen).*
15	Martin:	*Ja.*
16	T:	*Hvad bliver 4 · 4?*
17	Kim:	*Det er 16.*
18	T:	*Hvordan ved du det så hurtigt?*
19	Kim:	*Det ved jeg bare.*
20	T:	*Kan du det udenad?*
21	Kim:	*Ja.*
22	Miki:	*(ivrig) Jeg ved godt, hvordan hun kunne vide det.*
23	T:	*Fortæl.*
24	Miki:	*Jo, for 8 og 8 er 16.*
25		*Først er der 2 · 4, det er 8, og så er der 2 igen. 8+8 ... det er 16.*
26	T:	*Det var en smart måde. Hvordan kan man ellers vide det?*
27	Kim:	*Man kan da også bare tælle...*
28	T:	*Ok. Så lad os lige prøve. Kan vi gøre det med 2, 4 ...?*
29	I kor:	*2,4,6,8 ... 16*



30 T: *Jeg tegner lige en anden.*
31 *Hvad er det så for et stykke?*
32 Lucas: *5 · 3.*
33 T: *Hvad bliver det?*
34 Lucas: *15.*
35 *Jeg siger 3 gange er der 5.*
36 *5, 10, 15.*
37 T: *Det var mærkeligt. Først sagde du 3 · 5 ... men så 5 · 3.*
38 Klassen: *Det er det samme ...*

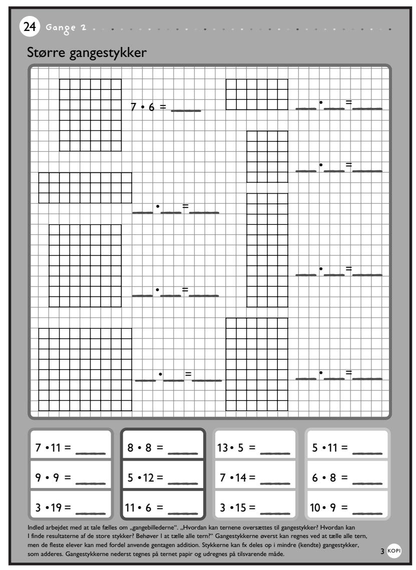


39 T: *Men hvad hvis det bliver større? (tegning)*
40 Klassen: *Århh...*
41 Martin: *Det er 8 · 6.*
42 T: *Nåh ja..., der er 1,2,3,4,5,6,7,8..., og hvor mange?...1,2...6. Ja, du har ret.*
43 Jonathan: *Man kan regne det, hvis man er god til 6-tabellen.*
44 T: *Ja, det er da rigtigt...*
45 *Hvad, hvis man ikke lige er så god til 6-tabellen?*
46 Nadim: *Det bliver 48.*
47 T: *(skriver 48 ned) 48 siger du...Tror I, han har ret?*
48 *...Jeg vil give jer en måde, det kan blive nemmere på.*
49 *Hvad hvis vi delte stykket op i mindre dele?...*
50 *Hvem har en god ide til at dele op?*
51 Martin: *Der...(peger)...på midten.*
52 T: *Kan du ikke lige komme op og vise det?*
53 Martin: *Neej...*
54 T: *Ok...så sig stop...(kører med fingeren hen ad tavlen)*
55 Klassen: *Stop!*
56 T: *Ok... Jeg sætter en tyk streg.*



57 *Hvad har vi delt op i?*
58 *Hm...tæller...Nu er der 4 · 6 her... og 4 · 6 der. Skal vi dele den mere op?*
59 Mikkel: *Det behøver vi ikke. 4· 6 er 24, og 24 og 24 er 48.*
60 T: *24 og 24 er 48? Forklar lige.*
61 Mikkel: *Jo ... 20 og 20 er 40, og så 4 og 4 er 8. Det er 48.*
62 T: *Skriver ned...20+20 er 40, og så er 4 og 4=8...ja, det må være 48...*
63 *Men hvad så, hvis gangestykket er endnu større?*

Her følger endnu et eksempel på tavlen med 9 · 10, hvorefter arbejdssiden, som eleverne skal i gang med introduceres.



Dette ca. 10 minutter lange indledende forløb havde forskellige mål: For det første at introducere en model, der kan repræsentere multiplikationsstykker, således at eleverne kan tænke på forskellige måder i deres løsningsstrategier. Modellen har også andre fordele, som vi vil komme ind på senere. For det andet at introducere ideen med at "dele stykket op".

Efter vores opfattelse viser forløbet en praksis, hvor elevernes bidrag spiller en afgørende betydning.

Undervejs bevæger samtalen sig – via en række skift – fra en diskussion om en tegning, der ligner „en bakke isterninger" til en diskussion om strategier ved multiplikation af "større" tal. Elevernes bidrag er vigtige ingredienser i denne samtale, men læreren får samtalen til at bevæge sig i den rigtige retning.

Samlet set kan man sige, at der findes nogle normer i klassen, som får denne form for samtale til at fungere.

Det drejer sig om normer, der vedrører elevernes generelle indstilling, holdning og deltagelse i undervisningen – klassens "spilleregler", og normer, der vedrører de aspekter, der er specielt for matematik.

Følgende „spilleregler“ kan specielt fremhæves:

- *Eleverne kender rammerne.*
  De ved, hvad der skal foregå i modulet, fordi de er præsenteret for lærerens program i den indledende fase, og er samtidigt fortrolige med den form, diskussionen har. De har en opfattelse af, hvad der er deres rolle i diskussionen, og hvad der er lærerens rolle.

- *Eleverne lytter til hinandens forklaringer.*
  De understøtter og bakker op om hinandens forklaringer.

- *Eleverne forklarer egne tanker.*
  Som eksempel kan nævnes, at Miki i dialogen nærmest opfatter Kims svar som forkert, da hun forklarer, at hun kan 4 · 4 udenad. I dette tilfælde burde læreren måske have understreget tydeligere, at det er en klar fordel at kunne små gangestykker udenad – det er ikke nødvendigt nærmest at opdigte en forklaring på en tankegang.

- *Eleverne presses ikke over egne grænser, når de fortæller om egne ideer og tanker.*
  Hvis de ikke har mod til at vise deres ideer på tavlen foran klassen, bliver det respekteret.

- *Det er lærerens rolle at kommentere for at sætte i sammenhæng og underbygge elevernes forklaringer. Det er også lærerens rolle at guide den samlede diskussion.*
  Her er et par kommentarer, der ”sætter i forskellige sammenhænge”:

37 T: Det var mærkeligt. Først sagde du 3 · 5... men så 5 · 3.
...
28 T: *Ok. Så lad os lige prøve. Kan vi gøre det med 2, 4...?*

Kommentarer, der underbygger elevers forklaringer:
42 T: *Nåh ja..., der er 1,2,3,4,5,6,7,8..., og hvor mange?...1,2...6. Ja, du har ret.*
...
62 T: *Skriver ned... 20 + 20 er 40, og så er 4 og 4 = 8 ... ja, det må være 48...*

Kommentarer, der guider den samlede diskussion:
9 T: *Det er rigtigt, hvad I siger.*
Men... hvad hvis jeg siger, at jeg tænker på et matematikstykke?
...
39 T: *Men hvad hvis det bliver større? (tegning)*

Følgende normer, der er specielle for matematik, kan fremhæves:

- *Hvad tæller som en matematisk forklaring?*
  Undervejs i diskussionen kan det være nødvendigt, at læreren viser, hvad der på elevernes nuværende niveau kan accepteres som en matematisk forklaring, fx:

24 Miki: *Jo, for 8 og 8 er 16.*
25 *Først er der 2 · 4, det er 8, og så er der 2 igen. 8+8 ... det er 16.*
26 T: *Det var en smart måde.*

- *Der findes forskellige acceptable forklaringer.*
  Der er flere forskellige (acceptable) måder at tænke på – flere måder, som fører til løsning af opgaver.

- *Vi stræber mod præcisering af svarene.*
  Eleverne udfordres på deres løsninger – fx i deres brug af ”matematiksprog”. Eksempel:

3 Minna: *Det er et kvadrat.*
4 T: *Kvadrat...Hvad er det?*
5 Minna: *En dims, der er lige lang på alle sider.*
6 T: *(tegner en ligesidet trekant på tavlen)?*
7 Miki: *Nej, det er en firkant, der er lige lang på alle sider.*

- *Vi bruger etableret viden som redskab.*
  Det er centralt, at noget af den viden, der betragtes som fælles viden i klassen, kan anvendes i elevernes udvikling af egne metoder fx tabelremser.

- *Vi fokuserer på processen, forståelsen, tankerne (ikke så meget resultaterne).*

Det videre forløb med multiplikation

Vi afsluttede det beskrevne modul med en overhead-præsentation og diskussion af nogle af elevernes arbejde med opgaven. Elevernes løsningsmetoder fordelte sig mellem:

- Resultatet blev fundet ved optælling
- Resultatet blev fundet ved lidt tilfældig opdeling
- Resultatet blev fundet ved en opdeling, der fremmer senere sammentælling (oftest i 10)

På baggrund af præsentationen diskuterede klassen, hvilken opdeling, der gjorde arbejdet lettest. Der var bred enighed om de former, der kunne placeres i den sidstnævnte kategori.

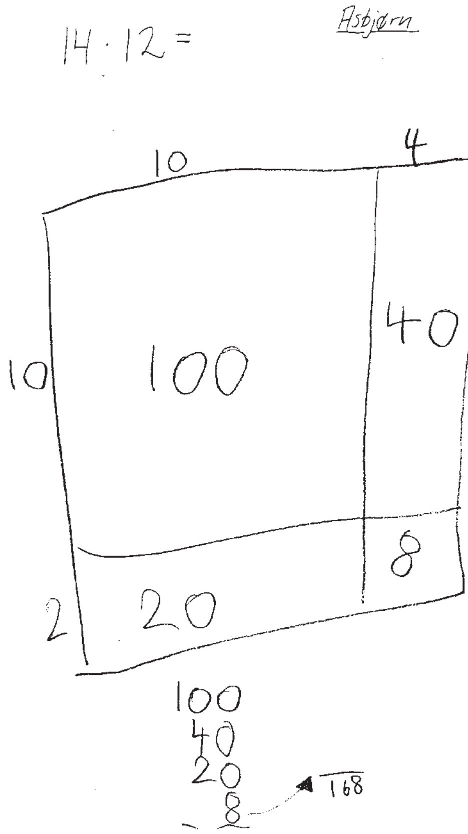
I det følgende modul fik eleverne et nyt gangestykke (3 · 16) igen symboliseret med et rektangel, og de blev bedt om at finde resultatet ved at dele op på den nemmeste måde (svarende til opgaven i bog 3B, side 26). Efter denne time kunne elevernes arbejde kategoriseres i nye typiske former:

- Resultatet blev fundet ved mere eller mindre tilfældig opdeling („klumper“ af fx 20 eller 40).
- Resultatet blev fundet ved opdeling i „klumper“ af 10.
- Resultatet blev fundet ved opdeling i 10’ere og 1’ere (fx 3 · 10= 30+3 · 6=18)

Især den sidstnævnte kategori blev diskuteret og fremhævet i klassen.

Bagefter blev eleverne bedt om at regne flere gangestykker, men denne gang skulle de selv tegne rektanglerne på ternet papir (svarende til opgaven i bog 3B, side 27). Nogle tegnede alle "underdelinger" – andre brugte snarere en skitseform. Flere fulgte ideen med at opdele i 10´ere og 1'ere.

I det videre forløb med gange blev næste skridt, at eleverne tegnede gangestykker på blankt papir, og på den måde blev tvunget til at slippe muligheden for at tælle sig frem (en metode, der på dette tidspunkt sjældent blev brugt). Mange elever begyndte herefter (med støtte fra læreren) at bruge en ny opdeling:



Efterhånden som forløbet skred frem oplevede vi, at elevernes tegninger blev mere og mere skitseprægede, når de skulle gange to tocifrede tal. De fleste elever kom således igennem følgende stadier i løbet af 3. og 4. klasse:

- Beregning vha. rektangler, der er delt op i små kvadrater
- Beregning vha. rektangler, der er delt op i 10'ere og 1'ere
- Beregning vha. rene talsymboler (forskellige opstillinger)

I løbet af denne proces bliver repræsentationerne af gangestykkerne langsomt mere og mere formaliserede. Først er arbejdet med multiplikation tæt forbundet med optælling på et rektangel, men efterhånden arbejder eleverne med mere generelle strukturer, der kan forbindes med et gangestykke. Den beskrevne proces fortsættes i Kolorit for 4. klasse.

Repræsentationerne har på den måde to funktioner. De er afgørende for "hvad eleverne kan tænke". Hvis de ikke havde fået kvadratnettet i begyndelsen af forløbet, og fået at vide, at dette "billede kan forestille et gangestykke", var eleverne slet ikke begyndt at tænke i nye retninger. Samtidig fungerer repræsentationerne som en støtte i elevernes tænkning. Kvadratnettet gør det muligt for eleverne at arbejde ud fra deres egen tænkning – nogle tæller, andre plusser, nogle udnytter deres kendskab til tabellerne osv. Efterhånden kan nye – mere formaliserede – repræsentationer overtage kvadratnettets plads. De nye repræsentationer bliver efterhånden "tænke-sprog" for eleverne.

Det er klart, at en proces som den beskrevne er mere tidskrævende, end hvis eleverne med det samme bliver præsenteret for en gangemetode. Således kan man, i matematikbøger med en anden tilgang til undervisning end vores, finde beregningsmetoder til de fire regningsarter på tidligere klassetrin end i Kolorit. Efter vores opfattelse er der ingen gevinst i at forcere dette arbejde – tværtimod risikerer eleverne at gå glip af både forståelse og af en række "sidegevinster", hvis arbejdet forceres. Blandt "sidegevinsterne" kan nævnes:

- En øget fokusering på beregning i hovedet
- En øget fokusering på generelle strukturer og sammenhænge i matematikken
- En øget fokusering på problemløsning
- En øget fokusering på samarbejde
- En øget fokusering på den sproglige dimension
- En naturlig form for differentiering

Litteratur:

Beck, Hans Jørgen m.fl.: Matematik i læreruddannelsen, Teori og praksis – en fagdidaktik · s. 269-290 (Børn udvikler metoder) · Gyldendal, 2003

Cobb, Paul: "Constructivism in Social Context". Kapitel i "Radical Constructivism in Action", Edited by

Steffe, Leslie P. Studies in Mathematics Education Series 15, 2000.

Cobb, Paul · Boufi, Ada · McClain, Kay

Whitenack, Joy: "Reflective Discourse and Collective Relection" · Journal for Research in Mathematic Education 1997, Vol. 28, No. 3

Glasersfeld, Ernst von: "Radical Constructivism: A way of Knowing and Learning" · The Falmer Press 1995

Glasersfeld, Ernst von: „Problems of Cobstructivism", Routledge Falmer, 2000

Jørgensen, Anna: "Børns egne algoritmer. Hvorfor? Hvordan?". I: Jansen m.fl. (red.): "Undervisning i matematik", s. 61-101, Kroghs Forlag, 2000

Treffers, A.: "Didactical background of a mathematics program for primacy education" · s. 21-57 i "Realistic Mathematics Education in Primary School" · Editor: L. Streefland Freudenthal Institute, 1991