

Parabel og tangent

Formål

Illustration af opgaven "Givet en parabel og et punkt. Find de tangenter til parablen, som går gennem punktet".


Man kan flytte på punktet, dreje linjen, iagttage hvor mange løsninger, der kan være tale om, og få en idé om, hvad der karakteriserer løsningerne.

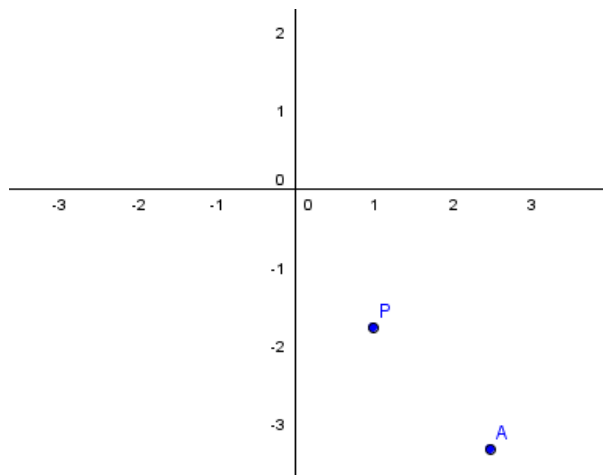
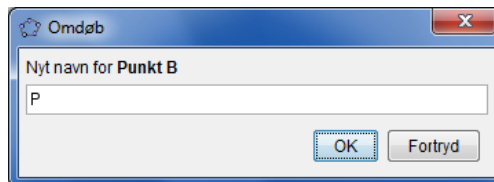
Geogebra-elementer

- Parabel
- Linje
- Skæring
- Tangent
- Vinkelret
- Afstand
- Betinget visning

1. To punkter og en parabel

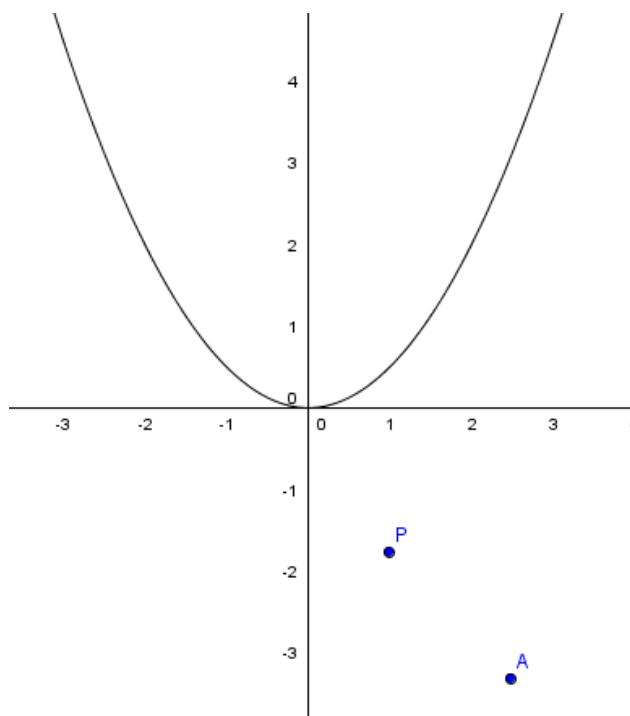
Vi starter med at oprette to punkter. P er punktet nævnt i opgaven, dvs. punktet som linjen skal gå igennem. A er et punkt, som skal bruges til at tage fat i og dreje linjen om P.


Vælg  **Nyt punkt** og klik 2 gange. Så har vi 2 punkter, A og B. B omdøbes til P: Højreklik på punktet og vælg Omdøb.



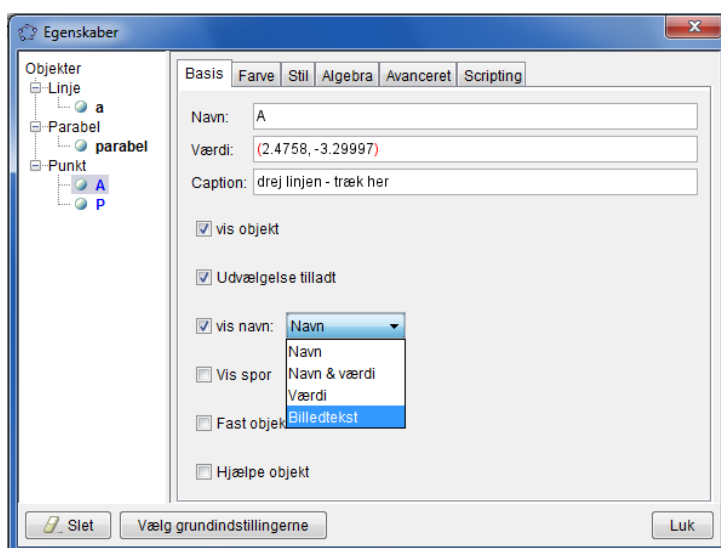
Vi opretter parablen ved at skrive i inputlinjen:

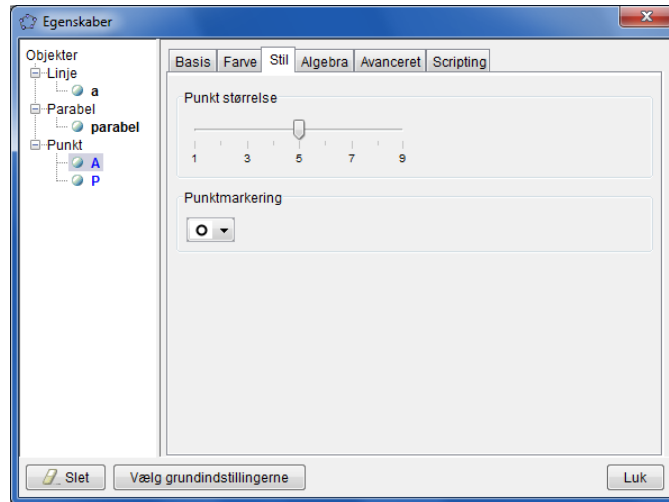
parabel:y=0.5x^2



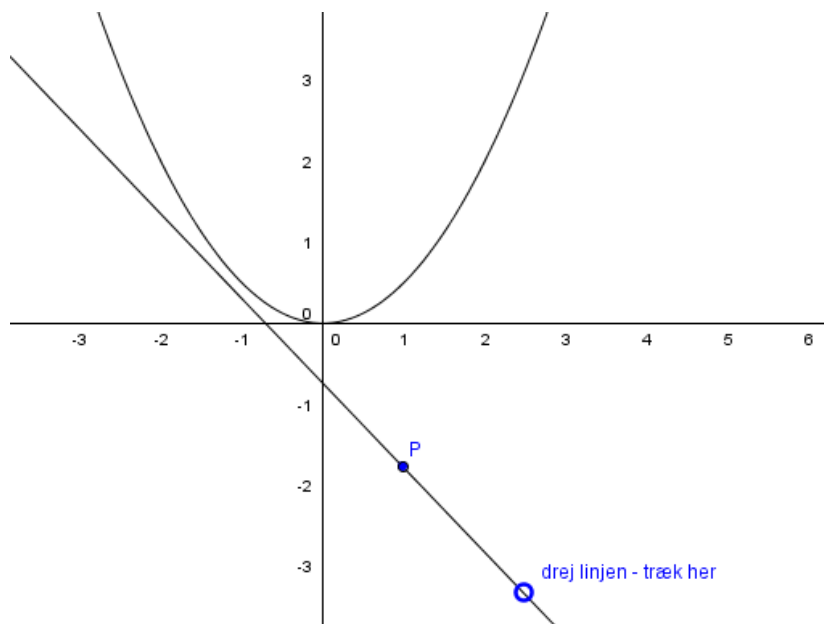
Vælg  Linje gennem to punkter, og klik på P og A

Giv punktet A en tekst og et anderledes udseende, så man kan se at det er meningen at man skal flytte på det.

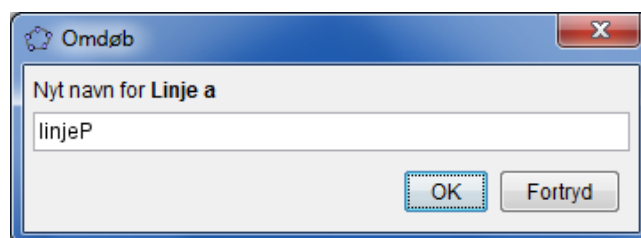




Så har vi elementerne fra opgaveteksten på plads, og man kan dreje linjen og få den til at skæres med parabeln.




Linjen skal lige have et sigende navn – det bliver vi glade for senere, når der kommer flere linjer på banen.




2. Skæringspunkter og tangenter

Opret skæringspunkter mellem linjen og parabeln.

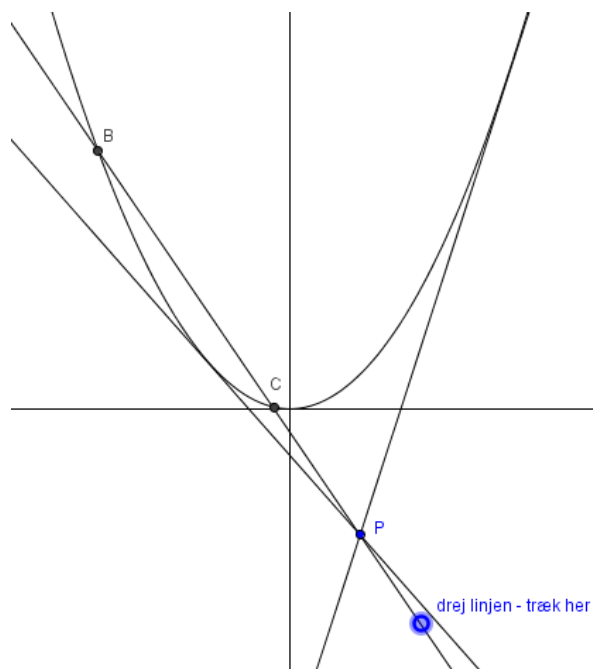
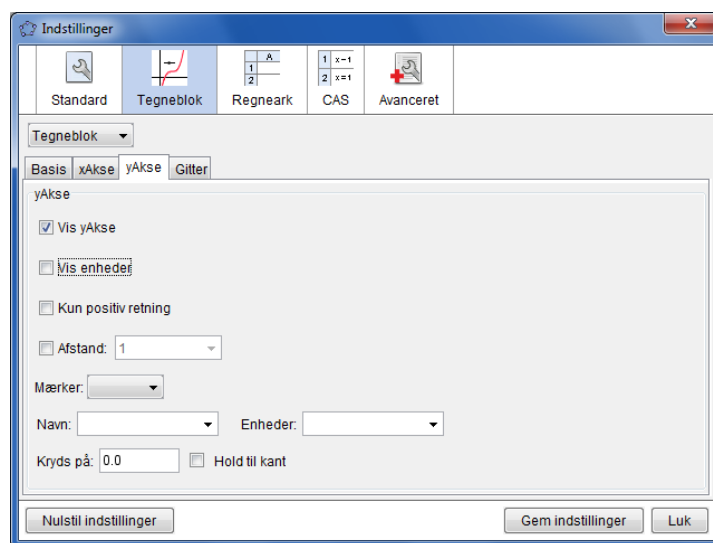
Vælg  **Skæringer mellem to objekter**, og klik på linjen og parabeln.

Opret tangenter til parabeln.

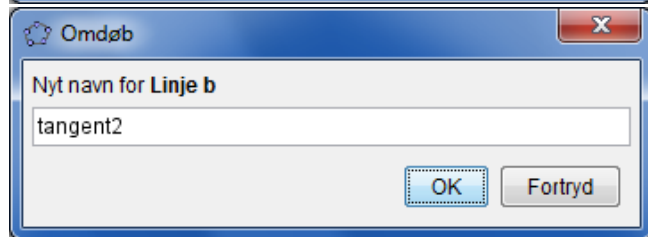
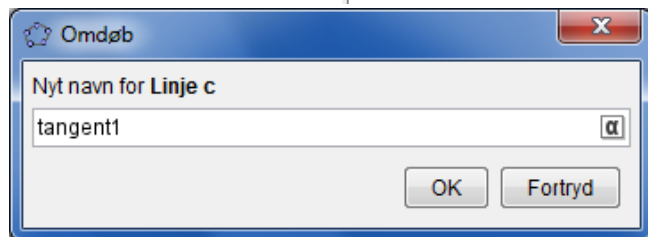
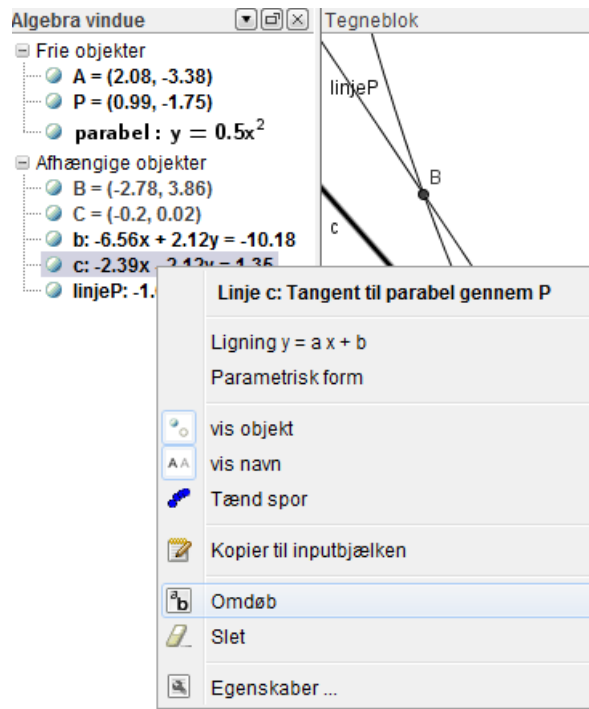
Vælg  **Tangenter**, og klik på P og parabeln.

Slå enhedsvisning på akserne fra, for at få et roligere billede. Højreklik et sted på tegnefladen, og vælg

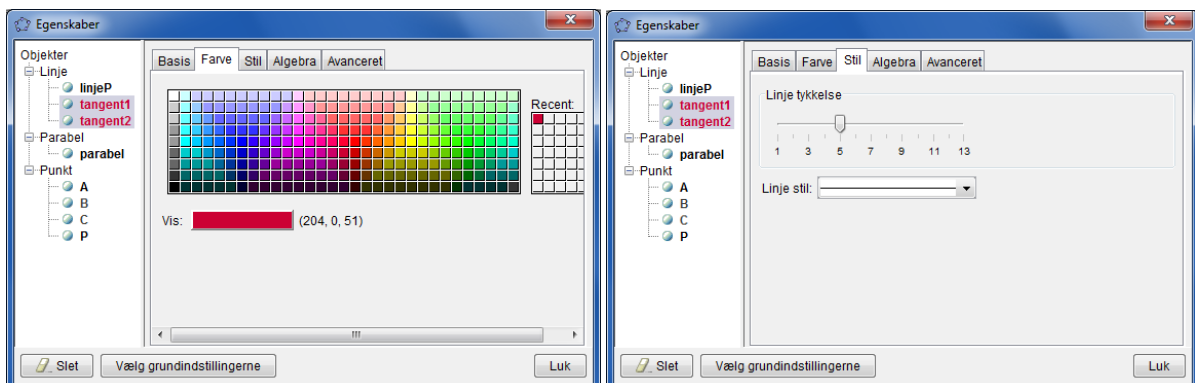
 **Tegneblok ...** Fjern flueben i "Vis enheder".

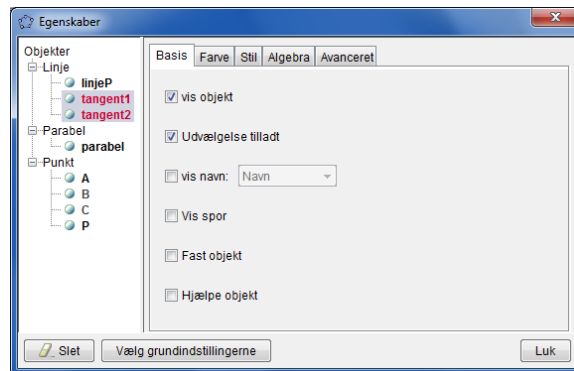


Linjerne b og c er tangentene – vi vil gerne omdøbe dem til tangent1 og tangent2. Højreklik på linjen og vælg Omdøb.



Så stiller vi også på farve og tykkelse, og slukker for visning af navn, på begge tangenter.





3. Hvornår er linjen en tangent?

Vi vil gerne markere, hvornår linjen gennem P er en tangent.

Målet er, at når man sidder og rykker på linjen (trækker i punkt A), så skifter den til rød når den bliver tangent.

Det kan vi lave ved at stille på synlighed af linjen og tangenten, sådan at når linjen er en tangent, bliver tangenten (som jo er rød og tykkere) synlig i stedet for linjen.

Men hvornår er linjen en tangent?

Hvis $B = C$?

Hvis ($\text{linjeP} = \text{tangent1}$) eller ($\text{linjeP} = \text{tangent2}$) ?

Teoretisk set er begge dele jo korrekt. Men her støder vi desværre mod computerrealiteten. Det er ikke muligt at rykke på linjeP med en sådan nøjagtighed, at den bliver præcis lig med en af tangenterne, og de to skæringspunkter dermed falder sammen. Vi er derfor nødt til at formulere en betingelse, som betyder, at når vi rykker linjeP så tæt på en tangent, så vi faktisk ikke kan se forskel på dem, så bliver betingelsen også opfyldt – og når den bliver opfyldt, kan vi gøre tangenten synlig i stedet for linjen.

Der er flere måder, man kan gøre det på. Den løsning, vi har valgt, er

Hvis afstanden mellem tangentens røringspunkt og linjen er tilstrækkelig lille, vil vi sige at linjen er lig med tangenten.

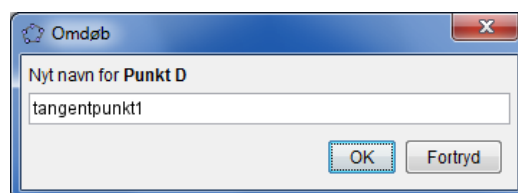
Så den afstand vil vi nu konstruere.

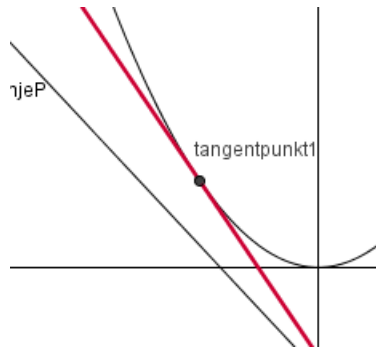
Opret tangentpunkt1 som skæringspunkt mellem tangent1 og parabeln. Vælg



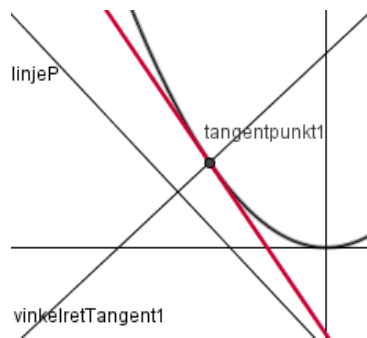
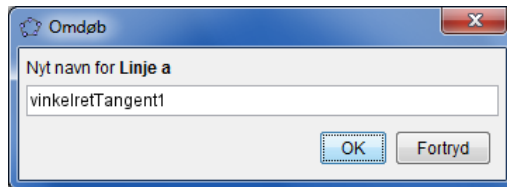
Skæringer mellem to objekter

, og klik på tangent1 og parabeln. Omdøb.

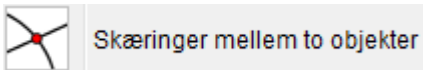




Med afstand fra et punkt til en linje mener vi den vinkelrette afstand. Opret vinkelretTangent1 som en ny linje gennem tangentpunkt1 vinkelret på linjeP. Vælg  **Vinkelret linje**, og klik på tangentpunkt1 og linjeP. Omdøb.

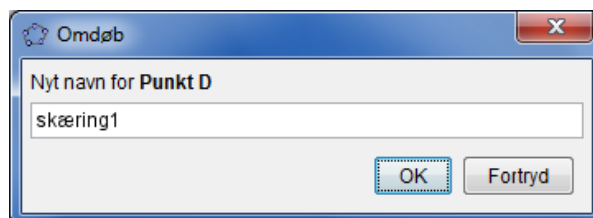


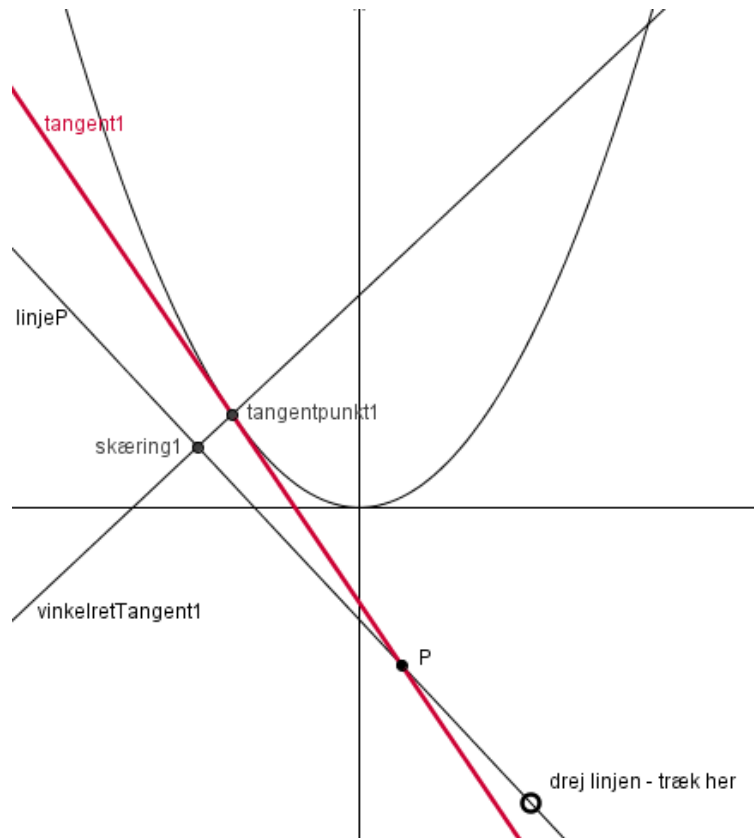
Opret skæring1 som skæringspunkt mellem vinkelretTangent1 og linjeP. Vælg

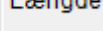


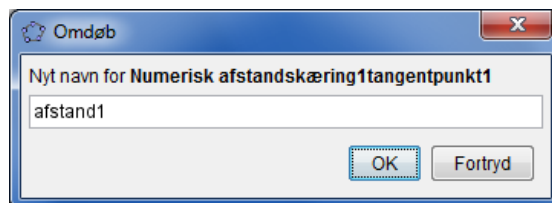
Skæring mellem to objekter

, og klik på vinkelretTangent1 og linjeP. Omdøb.



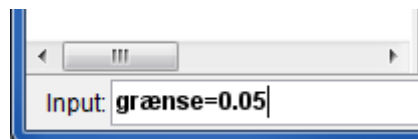


Opret afstand1 som afstanden mellem skæring1 og tangentpunkt1. Vælg , og klik på skæring1 og tangentpunkt1. Der oprettes automatisk en tekst. Skjul den. Omdøb (højreklik på den nye variabel i algebra-vinduet og vælg Omdøb).



Nu skal afstand1ok defineres som en "boolsk variabel", dvs. den kan enten være sand eller falsk. Hvis afstand1 er mindre end en grænse, som vi definerer, skal afstand1ok have værdien "sand". Og hvis afstand1ok er sand, vil vi vise tangenten i stedet for linjen.

Vi må først definere grænsen. Vi vælger en tilfældig værdi, vi kan altid justere senere.

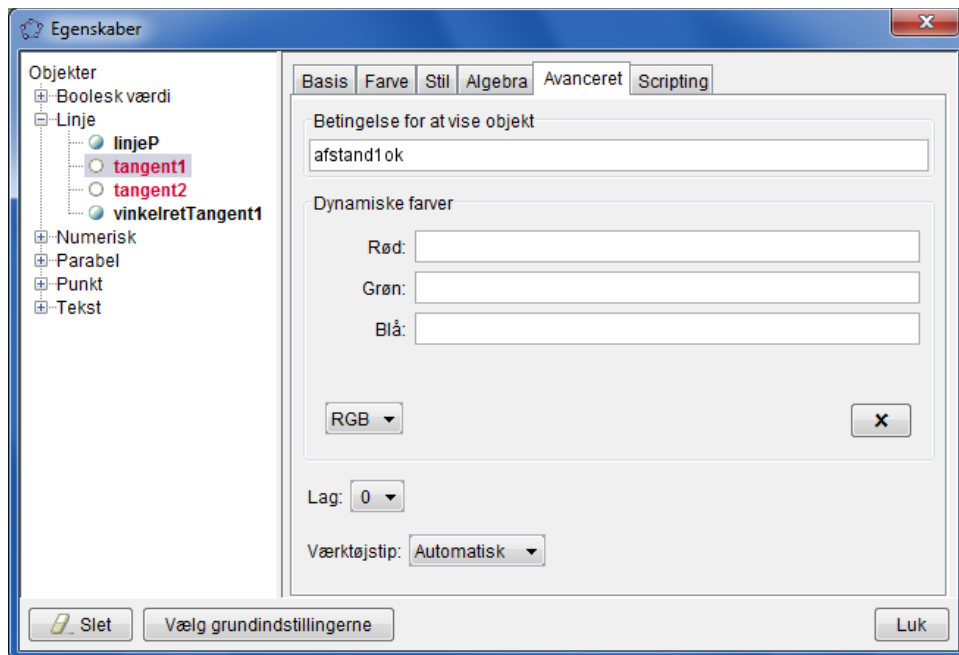


Så kan vi definere afstand1ok



Altså afstand1ok er sand hvis $\text{afstand1} < \text{grænse}$, og falsk hvis ikke, dvs. hvis $\text{afstand1} \geq \text{grænse}$.

Visning af tangent1 kan nu gøres afhængig af afstand1ok:



Nu virker det faktisk allerede nogenlunde. Man kan rykke frem og tilbage med punktet A ("drej linjen – træk her"), og hver gang linjen kommer tæt nok på parabelen "i venstre side" bliver den røde tangent1 synlig.

På samme måde kan vi sørge for at tangentpunkt1 kun er synligt når tangent1 er synlig.

Der skal også ryddes lidt op i visningen. Skjul

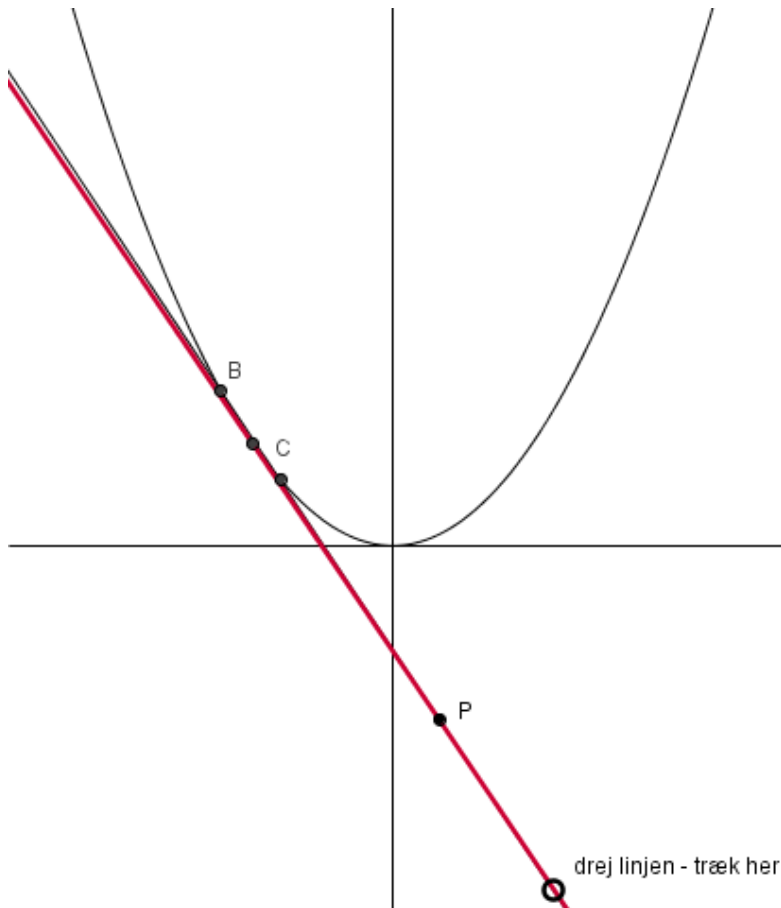
- navn for tangentpunkt1, tangent1 og linjeP
- vinkelretTangent1
- skæring1

Og så skal vi gøre det hele igen, med den anden tangent.

- Opret tangentpunkt2 som skæringspunkt mellem tangent2 og parabelen
- Opret vinkelretTangent2 som en ny linje gennem tangentpunkt2 vinkelret på linjeP
- Opret skæring2 som skæringspunkt mellem vinkelretTangent2 og linjeP
- Opret afstand2 som afstanden mellem skæring2 og tangentpunkt2
- Definér afstand2ok
- Visning af tangent2 gøres afhængig af afstand2ok

Nu har vi et problem tilbage, og det er også et nøjagtigheds-problem.

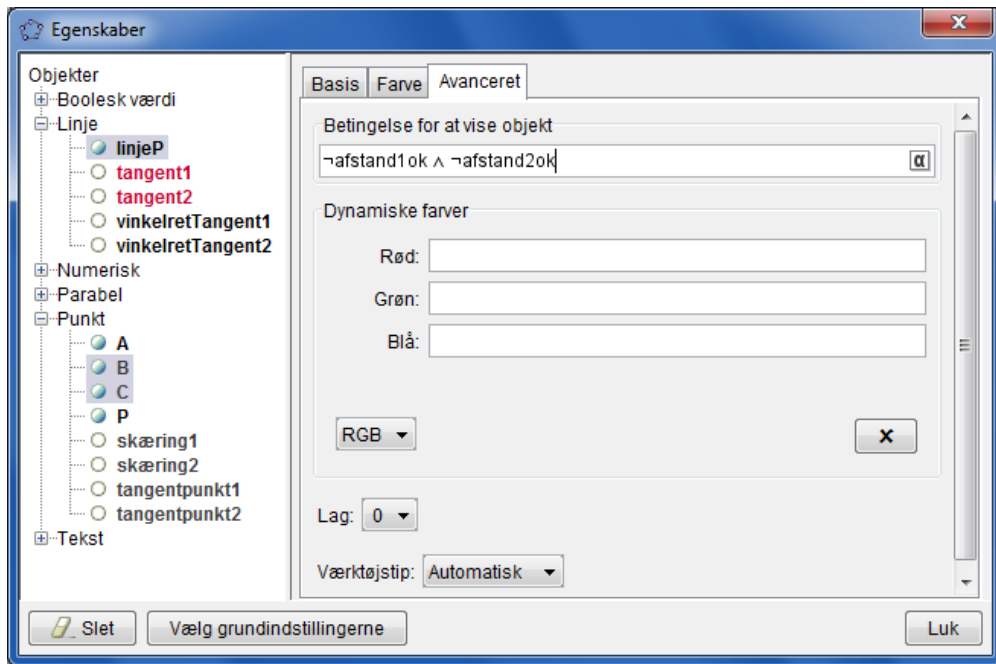
På eksemplet nedenfor ses både tangent1 og tangentpunkt1, og samtidig ses linjeP og de to skæringspunkter (B og C). Og det kan jo ske fordi linjen kun næsten er tangent, men den kommer indenfor vores fastsatte grænse.



For at undgå den forvirrende situation, vedtager vi at skjule linjeP og de to skæringspunkter B og C, hvis en af tangenterne (og det tilhørende skæringspunkt) er synlig.

Den ene tangent er synlig, hvis afstand1ok er sand, og den anden tangent er synlig hvis afstand2ok er sand. Så hvornår er ingen af tangenterne synlige? Det er hvis hverken afstand1ok eller afstand2ok er sande (dvs. begge er falske).

Det skriver man så ind i betingelse for visning for linjeP og B og C.



Symbolerne for "ikke" og "og" finder man ved at klikke på det lille α for enden af indtastningsfeltet.

Så er konstruktionen helt færdig.

